

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ И ТЕМПЕРАТУРЫ ВЯЗКО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ НЕПРЕРЫВНОМ ПРЕССОВАНИИ

Кабанов А.Н., Зиборов А.Ю.

Научный руководитель – доцент Любанова А.Ш.

ФГОУ ВПО Сибирский федеральный университет

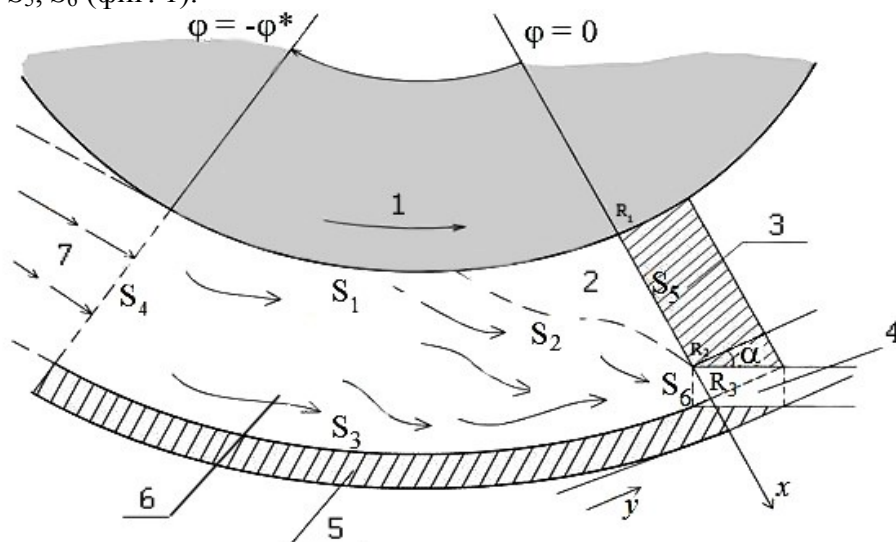
При проектировании технологических режимов обработки металлов давлением оптимизация конструкции и формы инструмента с целью получения изделий высокого качества с минимальными энергозатратами на деформацию заготовки достигается путем изучения характера течения металла в деформационной зоне.

Кинематические особенности непрерывного прессования заготовки из контейнера, одна часть которого подвижна относительно другой, существенно повышают неравномерность течения металла в очаге деформации зоны полного контакта перед матрицей. Градиент скоростей течения металла по границам деформационной зоны приводит к неравномерности свойств и неудовлетворительному качеству поверхности пресс – изделия. Особенно это проявляется при использовании в качестве заготовки для непрерывного прессования гранулированных, порошковых материалов и металлической стружки.

Математическая модель процесса. В процессе непрерывного прессования металл ведет себя как несжимаемая вязкопластическая однородная среда или бингамовская жидкость. Главной сложностью моделирования движения такой среды является наличие у нее предельного напряжения сдвига (предела текучести). Основной вклад в математическое исследование течений вязкопластических сред внесли П.П.Мясников и В.П.Мосолов. В своих работах они сформулировали вариационный принцип для движения жестко-вязкопластической среды общего вида и обосновали эквивалентность дифференциальной и вариационной постановок задачи (задача Мосолова-Мясникова).

Математическая модель установившегося течения вязкопластической жидкости Бингама включает в себя стационарные уравнения движения, уравнение неразрывности, а также уравнение состояния вязкопластической среды.

Рассматриваемый процесс протекает в области G , ограниченной поверхностями S_1, S_3, S_4, S_5, S_6 (фиг. 1).



Фиг. 1. Зона пластической деформации: 1 – колесо; 2 – мертвая зона; 3 – упор башмака; 4 – матрица; 5 – башмак; 6 – зона деформации; 7 – подача металла.

Геометрическая форма рабочей области или зоны деформации в виде сектора кольца позволяет решать задачу в полярных координатах: $x = r \cos(\varphi)$, $y = r \sin(\varphi)$.

Модель установившегося процесса вязко-пластической деформации в полярных координатах записывается следующим образом:
уравнение неразрывности –

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} = 0; \quad (1)$$

уравнения движения (равновесия) –

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \cdot (\sigma_r - \sigma_\varphi) &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \tau_{r\varphi} &= 0; \end{aligned} \quad (2)$$

уравнение состояния –

$$D = \bar{0},$$

при

$$(\sigma_r - r\sigma_\varphi)^2 + (r\tau_{r\varphi} + \tau_{r\varphi})^2 \leq 4\tau_S^2 \quad (3)$$

и

$$P = 2\mu D + \tau_s \frac{D}{|D|},$$

при

$$(\sigma_r - r\sigma_\varphi)^2 + (r\tau_{r\varphi} + \tau_{r\varphi})^2 > 4\tau_S^2, \quad (4)$$

где μ – коэффициент вязкости, τ_S – предел текучести,

$$|D| = \sqrt{\varepsilon_{rr}^2 + 2\varepsilon_{r\varphi}^2 + \varepsilon_{\varphi\varphi}^2}, \quad P = \begin{pmatrix} \sigma_r & \tau_{r\varphi} \\ \tau_{r\varphi} & \sigma_{\varphi\varphi} \end{pmatrix}.$$

Компоненты скорости (v_r , v_φ) и тензора напряжений P удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$\tau_{r\varphi} = c_f \tau_S, \quad v_r = 0 \quad (5)$$

на $S_1 : r = R_1, -\varphi^* \leq \varphi \leq 0$, здесь c_f – коэффициент трения;

$$\tau_{r\varphi} = -c_f \tau_S, \quad v_r = 0 \quad (6)$$

на $S_3 : r = R_3, -\varphi^* \leq \varphi \leq 0$;

$$v_\varphi = \omega r, \quad \tau_{r\varphi} = \sigma_\varphi = 0 \quad (7)$$

на $S_4 : \varphi = -\varphi^*, R_1 \leq r \leq R_3$, где ω – угловая скорость колеса;

$$v_\varphi = 0 \quad (8)$$

на $S_5 : \varphi = 0, R_1 \leq r \leq R_2$;

$$\begin{cases} \sigma_r n_r + \tau_{r\varphi} n_\varphi = 0 \\ \tau_{r\varphi} n_r + \sigma_\varphi n_\varphi = 0 \end{cases}, \quad (9)$$

$$(-v_r \cos(\varphi + \alpha) + v_\varphi r \sin(\varphi + \alpha))\Big|_{S_6} = 0, \quad (10)$$

на S_6 : $r \sin \varphi = -\operatorname{tg} \alpha (r \cos \varphi - R_2)$, $\varphi_B \leq \varphi \leq 0$, $R_2 \leq r \leq R_3$;

$$\varphi_B = 2 \operatorname{arctg} \frac{R_3 - \sqrt{R_3^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha (R_3^2 - R_2^2)}}{\operatorname{tg} \alpha (R_2 + R_3)}.$$

Здесь $\bar{n} = (n_r, n_\varphi)$ – вектор нормали к поверхности S_6 , φ_B – координата φ точки пересечения S_6 с S_3 .

Уравнение теплопереноса при вязкопластической деформации металла в полярных координатах имеет вид:

$$\begin{aligned} c\rho \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} v_r + \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} v_\varphi \right) = \\ = \chi \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \frac{1}{r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} \frac{1}{r^2} \right) + \sigma_r \varepsilon_{rr} + r^2 \tau_{r\varphi} \varepsilon_{r\varphi} + \tau_{r\varphi} \varepsilon_{r\varphi} + r^2 \sigma_\varphi \varepsilon_{\varphi\varphi}. \end{aligned}$$

Согласно уравнениям состояния по компонентам тензора P

$$\delta_r = 2\mu \varepsilon_{rr} + \tau_S \frac{\varepsilon_{rr}}{\tilde{D}}, \quad \delta_\varphi = 2\mu \varepsilon_{\varphi\varphi} + \tau_S \frac{\varepsilon_{\varphi\varphi}}{\tilde{D}}, \quad \tau_{r\varphi} = 2\mu \varepsilon_{r\varphi} + \tau_S \frac{\varepsilon_{r\varphi}}{\tilde{D}}.$$

При подстановке этих соотношений в уравнение теплопереноса оно примет вид

$$\begin{aligned} c\rho \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} v_r + \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} v_\varphi \right) = \chi \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \frac{1}{r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} \frac{1}{r^2} \right) + \\ + \left(2\mu + \frac{\tau_S}{|\tilde{D}|} \right) \left(\left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + \frac{(r^2 + 1)}{4r^2} \left(\frac{\partial v_r}{\partial \varphi} - v_\varphi + r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + v_r \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Температура θ удовлетворяют следующим граничным условиям. На S_1 , S_3 , S_5 происходит теплообмен с колесом, башмаком и упором по закону Ньютона:

$$-\frac{\chi}{c\rho} \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{S_1} = k(\theta - T) \Big|_{S_1}, \quad \frac{\chi}{c\rho} \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{S_3} = k(\theta - T) \Big|_{S_3}, \quad (12)$$

$$\frac{\chi}{c\rho} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \Big|_{S_5} = k(\theta - T) \Big|_{S_5}. \quad (13)$$

На S_4 и S_6 заданы тепловые потоки:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \Big|_{S_4} = 0, \quad -\frac{\partial \theta}{\partial r} \frac{\varphi_B}{\sqrt{(R_3 - R_2)^2 + \varphi_B^2}} + \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \frac{R_3 - R_2}{\sqrt{(R_3 - R_2)^2 + \varphi_B^2}} \Big|_{S_6} = 0. \quad (14)$$

Численная реализация. Задача (1)-(14) представляет собой две последовательно решаемые задачи – задача определения скоростей (1)-(10) и задача теплопереноса (11)-(14). Задача определения скоростей решается в вариационной постановке. После этого находится температура металла в зоне деформации из задачи (11)-(14) при известном распределении скорости. В основе алгоритма решения задач (1)-(14) лежит метод конечных элементов. В качестве базисных функций выбраны линейные прямоугольные функции формы.

Численный эксперимент проводился с помощью созданных для этого программных приложений. Расчет компонент скорости движения в узлах сетки, мощности сил деформации, угла α и температуры выполнен при технологических данных для алюминия. При пластическом течении металла коэффициент вязкости μ принимается равным пределу текучести τ_S .