УДК 621.313.39 : 681.5.015 : 004.421.6

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПОЛУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ МНОГОФАЗНОГО ИНДУКТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ ДВОЙНОГО ПИТАНИЯ

Игумнова Ю. В., Умаханова М. А.
Научный руководитель — профессор Бронов С. А.
Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

При проектировании электроприводов (ЭП) для систем поворота антенн и солнечных батарей космических аппаратов (КА) необходимо использовать автоматизированные рабочие места (АРМ) соответствующего назначения. В настоящее время такие АРМ часто включают системы моделирования (Matlab и т. п.), существенно ускоряющие разработку ЭП. Но при этом предполагается, что символьные математические модели элементов ЭП, в том числе электродвигателей, уже существуют. В то же время, часто такие модели отсутствуют для нетрадиционных двигателей, необычного числа фаз и схем подключения многофазных обмоток, при особых допущениях (например, электрической или геометрической несимметрии двигателя). Многообразие указанных условий затрудняет ручное получение математических моделей. В то же время, современные математические программы общего назначения (MathCAD, Maple, Matlab, Mathematica и т. п.) позволяют автоматизировать аналитические выкладки на стадии получения математических моделей с использованием соответствующих символьных процессоров. Наиболее удобной для этих целей является программа MathCAD13: с одной стороны, её интерфейс позволяет вводить и получать аналитические выражения в естественном виде, а с другой — функциональные возможности программы достаточны для решения всего комплекса задач получения математических моделей электродвигателей. В научно-учебной лаборатории САПР Института космических и информационных технологий СФУ этот подход широко применяется в работах по созданию АРМ прецизионных электромеханических систем КА. Ниже рассматриваются некоторые особенности решения задачи применительно к индукторным двигателям двойного питания (ИДДП), являющихся перспективными, не пока слабо изученными, исполнительными элементами ЭП.

ИДДП имеют зубчатый безобмоточный ротор и две многофазные обмотки на статоре, при питании которых многофазным переменным напряжением создаются два электромагнитных поля, вращающихся навстречу друг другу. При этом возможны различные варианты числа фаз первой и второй обмоток, различные схемы соединения обмоток (раздельная, "звезда", "треугольник") и с различным сочетанием этих условий.

Использовалась программа MathCAD13, так как более современная MathCAD14 обладает бóльшими ограничениями в отношении размеров обрабатываемых символьных матриц, чем MathCAD13, что существенно с учётом методики получения моделей.

Для работы программы задаются числа фаз m_1 первой и m_2 второй обмоток, в соответствии с которыми формируются уравнения электрического равновесия:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\psi_{1,j} &= -R_{1,j}i_{1,j} + \phi_{1,j} - \phi_{0.1,j}, \quad j = 1,\ldots,m_1; \\ \frac{d}{dt}\psi_{2,j} &= -R_{2,j}i_{2,j} + \phi_{2,j} - \phi_{0.2,j}, \quad j = 1,\ldots,m_2, \end{aligned}\right\}$$

где ψ — потокосцепления; R — активные сопротивления; i — токи; ϕ — потенциалы на клеммах обмоток (от источника питания); индекс 1 означает первую обмотку, индекс 2 — вторую обмотку; индекс 0 означает потенциал нулевой клеммы.

Уравнения потокосцеплений (связь с токами):

$$\left.\begin{aligned}
\psi_{1,k} &= \sum_{j=1}^{m_1} L_{1,k,j}\cos(\theta_{1,k}-\theta_{1,j})\cdot i_{1,j} + \sum_{j=1}^{m_2} L_{m,k,j}\cos(\theta_{1,k}-\theta_{2,j}+Z_r\theta_r)\cdot i_{2,j}, \quad k=1,\ldots,m_1;\\
\psi_{2,k} &= \sum_{j=1}^{m_2} L_{2,k,j}\cos(\theta_{2,k}-\theta_{2,j})\cdot i_{2,j} + \sum_{j=1}^{m_1} L_{m,k,j}\cos(\theta_{2,k}-\theta_{1,j}+Z_r\theta_r)\cdot i_{1,j}, \quad k=1,\ldots,m_2,
\end{aligned}\right\}$$

где L — собственные (раздельные индексы 1 и 2) и взаимные (индекс m) индуктивности обмоток; θ — угол размещения соответствующей обмотки; θ_r — угол поворота ротора; Z_r — число зубцов ротора (аналог числу пар полюсов для двигателей традиционной конструкции).

ИДДП имеет неявнополюсную конструкцию, поэтому его собственные индуктивности не зависят от угла поворота ротора, а взаимные — зависят.

При допущении о геометрической симметрии, углы расположения обмоток:

$$\theta_j = \begin{cases} \dfrac{\pi}{m}(j-1), \text{ åñëè } m - \text{÷¸òíîå };\\ \dfrac{2\pi}{m}(j-1), \text{ åñëè } m - \text{íå÷¸òíîå}; \end{cases} \qquad j=1,\ldots,m,$$

где m — число фаз.

Выражение электромагнитного момента M_{em} получается из выражения электромагнитной энергии обмоток

$$W_{em} = \frac{1}{2}\left[\sum_{k=1}^{m_1}\psi_{1,k}(\theta_r)\cdot i_{1,k} + \sum_{k=1}^{m_2}\psi_{2,k}(\theta_r)\cdot i_{2,k}\right]$$

при дифференцировании его по углу поворота:

$$M_{em} = \frac{\partial W_{em}}{\partial\theta_r} = \frac{1}{2}\left[\sum_{k=1}^{m_1}\frac{\partial\psi_{1,k}(\theta_r)}{\partial\theta_r}i_{1,k} + \sum_{k=1}^{m_2}\frac{\partial\psi_{2,k}(\theta_r)}{\partial\theta_r}i_{2,k}\right].$$

Таким образом, получается модель ИДДП при раздельном подключении обмоток к источнику питания.

В случае соединения обмоток по схеме "звезда без общего провода" токи в обмотках перестают быть линейно независимыми и уравнения электрического равновесия должны быть преобразованы с целью исключения одного из контуров. Это также можно автоматизировать. Для этого следует воспользоваться уравнениями токов в соответствии с первым законом Кирхгофа (если обе обмотки соединены в "звезду без общего провода"):

$$\sum_{k=1}^{m_1} i_{1,k} = 0, \qquad \sum_{k=1}^{m_2} i_{2,k} = 0.$$

Эти уравнения могут быть переписаны следующим образом:

$$i_{1,1} = -\sum_{k=2}^{m_1} i_{1,k}, \qquad i_{2,1} = -\sum_{k=2}^{m_2} i_{2,k},$$

где в каждой обмотке ток первой фазы выражен через токи остальных фаз.

Тогда следует преобразовать уравнения электрического равновесия, исключив одно из них для каждой обмотки — например, первое (для этого токи первых обмоток были выражены через остальные токи):

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\psi_{\Delta 1,j} = R_{1,1}\sum_{k=2}^{m_1} i_{1,k} + R_{1,j} i_{1,j} + \phi_{1,1} - \phi_{1,j}, \quad j = 2,\dots,m_1;\\
&\frac{d}{dt}\psi_{\Delta 2,j} = R_{2,1}\sum_{k=2}^{m_2} i_{2,k} + R_{2,j} i_{2,j} + \phi_{2,1} - \phi_{2,j}, \quad j = 2,\dots,m_2,
\end{aligned}\right\}$$

где вводятся новые переменные — "разностные" потокосцепления: $\psi_{\Delta 1,j} = \psi_{1,1} - \psi_{1,j}$; $\psi_{\Delta 2,j} = \psi_{2,1} - \psi_{2,j}$, которые становятся переменными состояния.

Аналогично преобразуются уравнения потокосцеплений:

$$\left.\begin{aligned}
&\psi_{\Delta 1,k} = \sum_{j=1}^{m_1} L_{1,k,j}\cos(\theta_{1,k} - \theta_{1,j})\cdot i_{1,j} - \sum_{j=1}^{m_1} L_{1,k,j}\cos(\theta_{1,k} - \theta_{1,j})\cdot i_{1,j} +\\
&+\sum_{j=1}^{m_2} L_{m,k,j}\cos(\theta_{1,k} - \theta_{2,j} + Z_r\theta_r)\cdot i_{2,j} - \sum_{j=1}^{m_2} L_{m,k,j}\cos(\theta_{1,k} - \theta_{2,j} + Z_r\theta_r)\cdot i_{2,j}, \quad k = 2,\dots,m_1;\\
&\psi_{\Delta 2,k} = \sum_{j=1}^{m_2} L_{2,k,j}\cos(\theta_{2,k} - \theta_{2,j})\cdot i_{2,j} - \sum_{j=1}^{m_2} L_{2,k,j}\cos(\theta_{2,k} - \theta_{2,j})\cdot i_{2,j} +\\
&+\sum_{j=1}^{m_1} L_{m,k,j}\cos(\theta_{2,k} - \theta_{1,j} + Z_r\theta_r)\cdot i_{1,j} - \sum_{j=1}^{m_1} L_{m,k,j}\cos(\theta_{2,k} - \theta_{1,j} + Z_r\theta_r)\cdot i_{1,j}, \quad k = 2,\dots,m_2,
\end{aligned}\right\}$$

Из последней системы можно получить аналитические выражения для токов соответствующих обмоток через "разностные" потокосцепления:

$$\left.\begin{aligned}
&i_{1,k} = F_1\left(k;\psi_{\Delta 1,1},\psi_{\Delta 1,2},\dots,\psi_{\Delta 1,(m_1-1)};\psi_{\Delta 2,1},\psi_{\Delta 2,2},\dots,\psi_{\Delta 2,(m_2-1)}\right), \ k = 1,\dots,m_1;\\
&i_{2,k} = F_2\left(k;\psi_{\Delta 1,1},\psi_{\Delta 1,2},\dots,\psi_{\Delta 1,(m_1-1)};\psi_{\Delta 2,1},\psi_{\Delta 2,2},\dots,\psi_{\Delta 2,(m_2-1)}\right), \ k = 1,\dots,m_2\,.
\end{aligned}\right\}$$

Таким образом, можно в автоматическом режиме получать выражения для модели ИДДП при любом числе фаз и любом их сочетании.

Приведённые выражения реализованы в программе MathCAD13 с возможностью задания дополнительных указаний о геометрической и электрической симметрии.

В случае задания полной несимметрии, математическая модель представляется в виде символьных выражений всех параметров, включая углы размещения фаз.

В случае геометрической симметрии, углы размещения фаз получают числовые значения, а все остальные параметры (сопротивления, индуктивности) остаются символьными и разными.

В случае электрической симметрии задаются условия:

$$\left.\begin{aligned}
&R_{1,1} = R_{1,2} = \dots = R_{1,m_1} = R_1; \qquad R_{2,1} = R_{2,2} = \dots = R_{2,m_2} = R_2;\\
&L_{1,1} = L_{1,2} = \dots = L_{1,m_1} = L_1; \qquad L_{2,1} = L_{2,2} = \dots = L_{2,m_2} = L_2;\\
&L_{1.1,1.2} = L_{1.1,1.3} = \dots = L_{1.1,1.m_1} = L_{1.2,1.3} = L_{1.3,1.4} = \dots = L_{1.2,1.m_1} = L_{1m};\\
&L_{2.1,2.2} = L_{2.1,2.3} = \dots = L_{2.1,2.m_2} = L_{2.2,2.3} = L_{2.2,2.4} = \dots = L_{2.2,2.m_2} = L_{2m};\\
&L_{1.1,2.1} = L_{1.1,2.2} = \dots = L_{1.1,2.m_2} = \dots = L_{1.m_1,2.2} = L_{1.m_1,2.4} = \dots = L_{1.m_1,2.m_2} = L_m,
\end{aligned}\right\}$$

в результате чего выражения существенно упрощаются.

Таким образом, в рамках данной программы возможно получение различных видов математических моделей ИДДП, последовательность получения которых приведена на структурной схеме программы (рисунок 1).

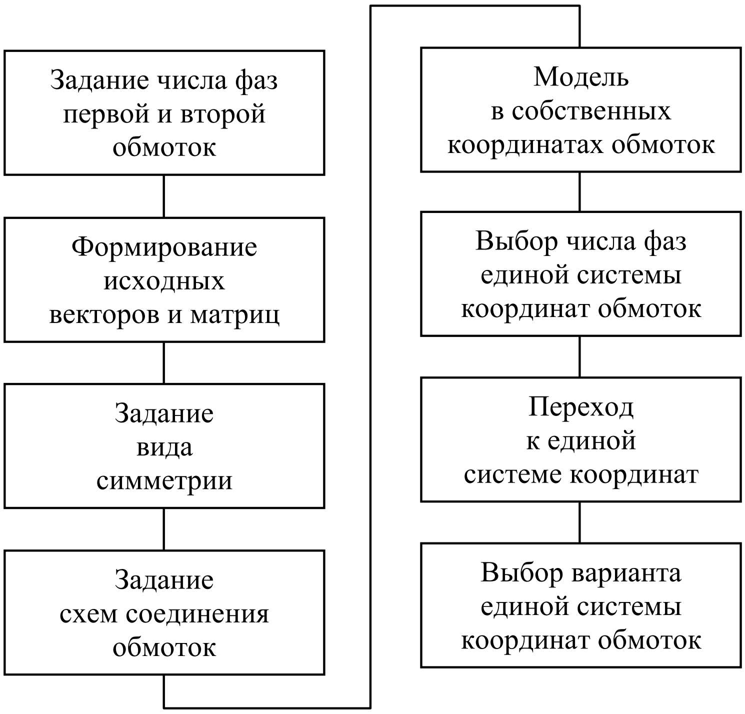

Рис. 1. Структурная схема программы

Кроме преобразования схемы соединения обмоток и учёта вида симметрии, программа обеспечивает возможность преобразования многофазного ИДДП к единой системе координат обмоток (в форме обобщённого электромеханического преобразователя энергии) с выбором числа фаз конечной модели.

Как правило, преобразование к единой системе координат обмоток выполняется в три этапа: 1) преобразование к двухфазной модели; 2) преобразование к вращающейся системе координат; 3) выбор привязки новой единой системы координат обмоток.

Но в действительности, обобщённый электромеханический преобразователь энергии не обязательно должен быть двухфазным, он может содержать любое количество фаз. В литературе известны указания на возможности преобразования к многофазной единой системе координат, но только при условии равного числа фаз первой (статорной) и второй (роторной) обмоток. Причём, эти модели приведены в исходных записях, а конечные выражения не приводятся ввиду того, что получить их сложно.

Автоматизированное получение моделей делает возможным получение математических моделей любой сложности.

В частности, имеется возможность получения математических моделей разного вида для ИДДП с разным числом фаз первой и второй обмоток, с учётом и без учёта симметрии (в последнем случае выражения становятся весьма громоздкими и получать их вручную чрезвычайно затруднительно).

Созданная программа существенно расширяет область применения известных методик получения математических моделей на электрические машины нетрадиционной конструкции при самых общих допущениях, что позволяет использовать её как при инженерном проектировании электроприводов, так и в учебном процессе.