УДК 345.49

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЙ И ЧИСЕЛ ЗУБЬЕВ САТЕЛЛИТОВ ЭКСЦЕНТРИЧНЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ ПЕРЕДАЧ

Ерёмин А.А., Писарева И.А.
Научные руководители: профессор Е.Г. Синенко, доцент О.В. Конищева
Сибирский федеральный университет

Планетарные передачи традиционных конструкций изучены достаточно хорошо, и для назначения чисел зубьев колёс и сателлитов выработаны известные условия собираемости. Для эксцентричной планетарной передачи эти условия необходимы, но не достаточны. Данная передача несоосна, так что условие соосности отпадает. Кроме этого, все сателлиты передачи имеют различные размеры, и числа зубьев у них различны, то есть число зубьев для каждого сателлита должно назначаться индивидуально. Далее, сателлиты, не расположенные на оси симметрии передачи *AB* (рис. 1), входят в зацепление с колёсами 1 и 4 в точках *a* и *b*, не лежащих на оси симметрии сателлита. Эти и другие отличия эксцентричной планетарной передачи вынуждают искать другие методы назначения чисел зубьев сателлитов, обеспечивающих собираемость эксцентричной планетарной передачи.

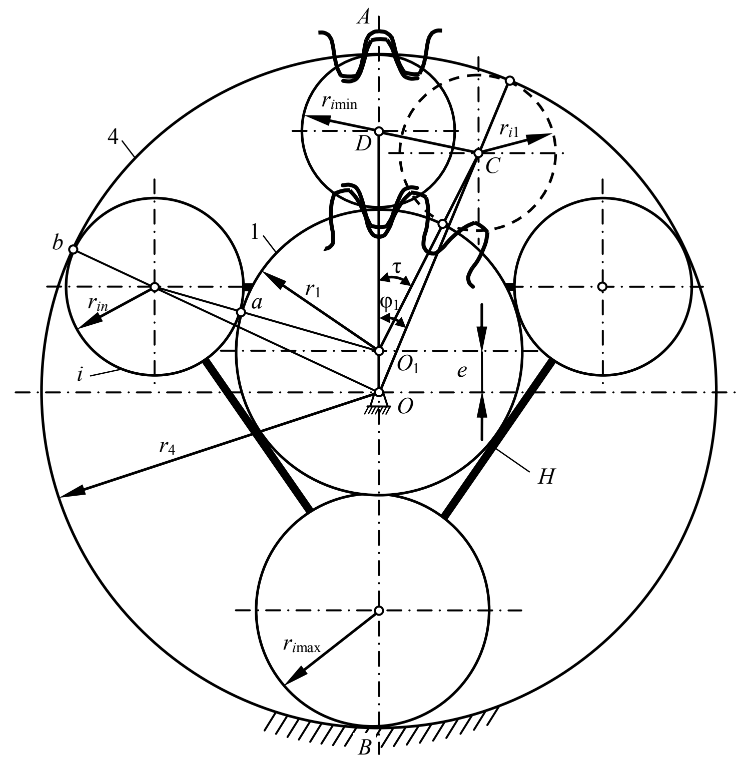

Рис. 1

На рис. 1 показано положение, когда минимальный сателлит радиусом $r_{i\min}$ входит в зацепление с колёсами 1 и 4 на оси симметрии передачи *AB*. Следующее положение сателлита определится угловым шагом колеса 1, равным $\tau = 2\pi / z_1$. В этом случае впадина зуба колеса 1 окажется против впадины зуба колеса 4, и здесь можно установить другой сателлит большего радиуса, но, как было отмечено выше, зацепления с колёсами 1 и 4 уже не будут лежать на его оси симметрии.

Радиус-вектор $\rho = O_1C$ положения колеса 1 определится из треугольника OO_1C:

$$\rho^2 = e^2 + (r_1 + r_i)^2 + 2e(r_1 + r_i)\cos\tau . \qquad (1)$$

Учитывая, что

$$r_i = r_4 - \rho , \qquad (2)$$

$$\rho = \frac{e^2 + (r_1 + r_4)^2 + 2e(r_1 + r_4)\cos\tau}{2(r_1 + r_4 + e\cos\tau)} . \qquad (3)$$

Радиус-вектор ρ при повороте колеса 1 на угол $n\tau$ вокруг своей оси O_1 определится:

$$\rho_n = \frac{e^2 + (r_1 + r_4)^2 + 2e(r_1 + r_4)\cos(n\tau)}{2((r_1 + r_4 + r\cos(n\tau))} . \qquad (4)$$

Центральный угол φ_1 поворота колеса 1 относительно неподвижной оси O при повороте этого колеса относительно своей оси O_1 на угол τ определится из соотношения

$$\frac{\rho}{\sin\tau}=\frac{r_1+r_i}{\sin\varphi_1}=\frac{r_1+r_4-\rho}{\sin\varphi_1}, \tag{5}$$

откуда

$$\sin\varphi_1=\frac{r_1+r_4-\rho}{\rho}\sin\tau=(\frac{r_1+r_4}{\rho}-1)\sin\tau, \tag{6}$$

а угол φ_{1n}, соответствующий повороту колеса 1 на угол $n\tau$ определится по аналогичной формуле

$$\sin\varphi_{1n}=(\frac{r_1+r_4}{\rho_n}-1)\sin(n\tau), \tag{7}$$

где r_1 — радиус колеса 1, r_4 — радиус колеса 4, e — эксцентриситет передачи.
При повороте колеса 1 на угол φ_{1n} водило должно повернуться на угол φ_{Hn}, равный

$$\varphi_{Hn}=\varphi_{1n}\cdot u_{H1}=\varphi_{1n}\frac{z_1}{z_1+z_4}. \tag{8}$$

Это и будет угол, определяющий положение любого сателлита, соответствующего повороту колеса 1 на угол $n\tau$ относительно своей оси O_1 или на угол φ_{1n} относительно неподвижной оси O.
Далее, определим радиус сателлита, соответствующий повороту водила на угол φ_H из того же треугольника OO_1C, только вместо угла φ_1 возьмём угол φ_H:

$$(r_1+r_i)^2=e^2+(r_4-r_i)^2-2e(r_4-r_1)\cos\varphi_H. \tag{9}$$

Преобразуем выражая r_i:

$$r_i=\frac{r_4{}^2-r_1{}^2+e^2-2er_4\cos\varphi_H}{2(r_1+r_4-e\cos\varphi_H)}. \tag{10}$$

Наконец, радиус любого другого сателлита, соответствующего углу φ_{Hn}:

$$r_{in}=\frac{r_4{}^2-r_1{}^2+e^2-2er_4\cos\varphi_{Hn}}{2(r_1+r_4-e\cos\varphi_{Hn})}, \tag{11}$$

тогда число зубьев этого сателлита

$$z_{in}=\frac{2r_{in}}{m}. \tag{12}$$

Например, для передачи заданы параметры: $z_1 = 40$; $z_4 = 100$; $e = 10$ мм; $m = 5$ мм.
Тогда имеем: $r_1=100$ мм; $r_4=250$ мм; $r_{i\min}=70$ мм; $r_{i\max}=80$ мм; $r_{i\min}=28$ мм; $z_{1\max}=32$; $\tau=9^\circ$.
Здесь $r_{i\min}$, $z_{i\min}$ — радиус и число зубьев наименьшего сателлита, $r_{i\max}$, $z_{i\max}$ — радиус и число зубьев наибольшего сателлита, τ — угловой шаг колеса 1. Наименьший и наибольший сателлиты расположены на оси симметрии передачи AB.
Для трёхсателлитного механизма φ_{Hn} должно быть примерно равно 60°, если два сателлита расположены симметрично относительно оси AB, а третий является наибольшим и расположен на оси AB в нижней части передачи, как показано на рис. 1. В этом случае угол поворота колеса 1 относительно оси будет равен

$$\varphi_{1n}=\varphi_{Hn}u_{1H}=\varphi_{Hn}\frac{z_1+z_4}{z_1}\approx 60^\circ\frac{100+40}{40}=210^\circ.$$

Так как угол $n\tau$ должен быть примерно равен φ_{1n}, то возьмём n = 24, тогда $24\tau = 216^\circ$. Выполним для этого угла поворота колеса 1 все расчёты по формулам (4), (7), (8), (11) и (12):

$$\rho_{24} = \frac{10^2 + (100+250)^2 + 2\cdot 10(100+250)\cos 216^\circ}{2(100+250+10\cos 216^\circ)} = 171{,}005\,\text{мм};$$

$$\sin\varphi_{124} = (\frac{100+250}{171{,}005} - 1)\sin 216^\circ = -0{,}615;\ \varphi_{124} = 217{,}97^\circ;$$

$$\varphi_{H24} = 217{,}97^\circ \frac{40}{40+100} = 62{,}28^\circ;$$

$$r_{i24} = \frac{250^2 - 100^2 + 10^2 - 2\cdot 10\cdot 250\cos 62{,}28^\circ}{2(100+250-10\cos 62{,}28^\circ)} = 72{,}79\ \text{мм};\ z_{i24} = \frac{2\cdot 72{,}79}{5} \approx 29.$$

После округления числа зубьев сателлита пересчитаем радиус делительной окружности сателлита:

$$r'_{i24} = \frac{5\cdot 29}{2} = 72{,}5\ \text{мм}.$$

Расхождение составляет Δr_{i24} = 0,237 мм.

Так как минимальный и максимальный сателлиты имеют чётное число зубьев, значит при целом числе шагов n можно установить сателлиты так же с чётным числом зубьев. Чтобы установить сателлит с нечётным числом зубьев ($z_{i24} = 29$), нужно взять половинное число шагов, например, в нашем случае возьмём $n = 23{,}5$. Тогда против впадины зуба колеса 4 окажется вершина зуба колеса 1, и это позволит установить сателлит с нечётным числом зубьев.

При тех же расчётах для $n = 23{,}5$ получим:

$$n\tau = 211{,}5^\circ;\quad \rho_{i23,5} = 170{,}777\,\text{мм};\quad \varphi_{1\,23,5} = 213{,}253^\circ;\quad \varphi_{H23,5} = 60{,}930^\circ;$$

$$r_{i23,5} = 72{,}681\,\text{мм};\quad z_{i23,5} = 29{,}073 \approx 29;\quad r'_{i23,5} = 72{,}5\,\text{мм};\quad \Delta r_{i23,5} = 0{,}181\,\text{мм}.$$

Полученное расхождение Δr_i можно скомпенсировать, применив корригирование, либо уточнить положение сателлита с числом $z_i = 29$. С целью такого уточнения произведем аналогичные расчеты для n = 22,5:

$$n = 22{,}5;\quad n\tau = 202{,}5^\circ;\quad \rho = 170{,}402\,\text{мм};\quad \varphi_1 = 203{,}784^\circ;\quad \varphi_H = 58{,}225^\circ;$$

$$r_i = 72{,}472\ \text{мм};\quad z_i = 28{,}989 \approx 29;\quad \Delta r_i = 0{,}028\,\text{мм}.$$

Полученное расхождение $\Delta r_i = 0{,}028$ мм оказывается на порядок меньше, это указывает на более точную установку сателлита с числом зубьев $z_i = 29$.

Подбирая угол $n\tau$, можно определить положение, когда сателлит с определённым числом зубьев более точно впишется в промежуток между центральными колёсами 1 и 4.

Таким образом, предложенная методика позволяет определить числа зубьев любого сателлита эксцентричного планетарного механизма и обеспечивает требуемое условие его собираемости.