

# АВТОМАТИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ПРИ АНАЛИЗЕ D-ОПТИМАЛЬНЫХ ПЛАНОВ

Маколов К.В., Строкова Е.Е., Чемакин Д.С.

Научный руководитель – к.т.н. проф. Павлов В.П.

Сибирский федеральный университет

Проведение анализа полученных данных в ходе эксперимента является очень трудоемким процессом. Предлагается программное обеспечение автоматизации обработки данных при анализе D-оптимальных планов с помощью пакета MathCAD.

Планирование эксперимента включает расположение опытных точек в факторном пространстве (на кубе, на шаре или другим оптимальным образом).

Каждой точке факторного пространства отвечает истинное и опытное значения функции отклика. Матрица планирования – совокупность уровней факторов с отвечающими им опытными значениями функции отклика, записанные в таблицу 1.

Матрица планирования создается в кодированном виде (в нормированных значениях, в относительных единицах, в безразмерных величинах). Кодирование преобразует независимые переменные к безразмерным величинам. Это позволяет построить матрицу планирования.

Введем обозначения:  $X$  – исходная матрица (матрица независимых переменных);  $Y$  – матрица опытных значений функции отклика.

Если, например, на основании априорных сведений исследователь принял решение описывать рассматриваемое явление с помощью нелинейной модели и применил D-оптимальный план, то модель имеет вид

$$\hat{y} = b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_1^2 + b_4x_2^2 + b_5x_1x_2$$

Матрица коэффициентов этого уравнения

$$B = \{b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}^T$$

определяется из матричного выражения

$$B = (X^T X)^{-1} \cdot X^T Y,$$

где  $X^T X$  – информационная матрица;

$(X^T X)^{-1}$  – матрица ошибок.

Рассмотрим матрицу планирования D-оптимального плана (таблица 1) в соответствии с факторным пространством по рисунку 1.

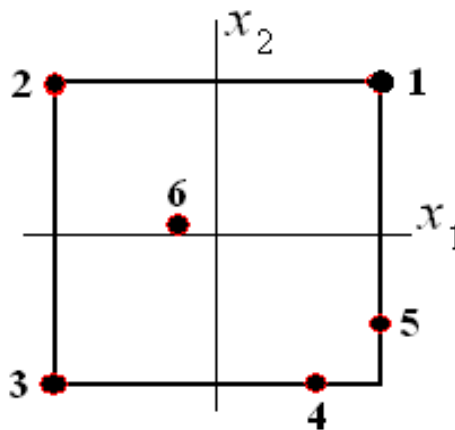


Рис. 1. Факторное пространство, отвечающее D-оптимальному плану для двухфакторной нелинейной модели

Матрица опытных значений функции отклика получена в виде

$$Y := (0.576 \ 0.059 \ -0.11 \ -0.396 \ -0.142 \ -0.092)^T$$

Табл. 1. Матрица планирования для *D*-оптимального плана двухфакторной нелинейной модели

№ опыта	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_1 x_2$
1	1	1	1	1	1	1
2	1	-1	1	1	1	-1
3	1	-1	-1	1	1	1
4	1	0,4	-1	0,16	1	-0,4
5	1	1	-0,4	1	0,16	-0,4
6	1	-0,1	0,1	0,01	0,01	-0,01

Коэффициенты уравнения регрессии получены на основе следующих уравнений, реализованных в программе MathCAD

$$X := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0.4 & -1 & 0.16 & 1 & -0.4 \\ 1 & 1 & -0.4 & 1 & 0.16 & -0.4 \\ 1 & -0.1 & 0.1 & 0.01 & 0.01 & -0.01 \end{pmatrix} \quad B := (X^T X)^{-1} \cdot X^T Y \quad Y := \begin{pmatrix} 0.576 \\ 0.059 \\ -0.11 \\ -0.396 \\ -0.142 \\ -0.092 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -0.114 \\ 0.058 \\ 0.285 \\ 0.102 \\ 0.045 \\ 0.201 \end{pmatrix}$$

Окончательно модель представлена в виде (рис. 2)

$$\hat{y} = -0,114 + 0,058x_1 + 0,285x_2 + 0,102x_1^2 + 0,045x_2^2 + 0,201x_1x_2$$

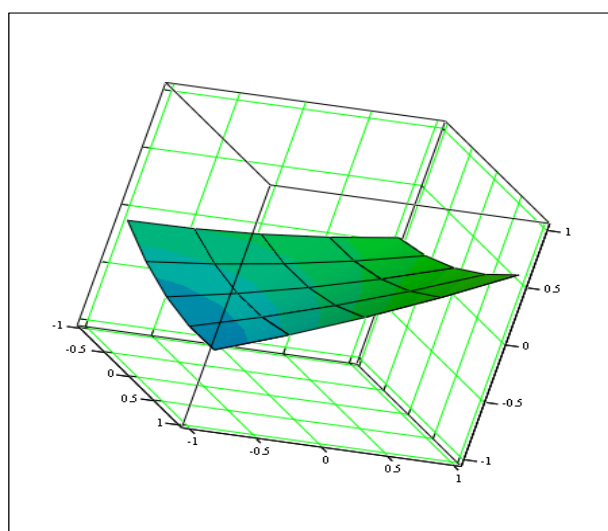


Рис. 2. График критериальной функции

Представленные материалы автоматизируют наиболее трудоемкую часть обработки данных эксперимента при реализации *D*-оптимального плана. Далее следует на основе общих положений выполнить дисперсионный анализ точности определения коэффициентов уравнения и адекватность модели в целом.