

РАЗРАБОТКА МОДУЛЕЙ ПАКЕТА ГИСТОГРАММНОЙ АРИФМЕТИКИ

Мордвинов И. В.

Научный руководитель — д. ф.-м. н., профессор Добронев Б. С.
Сибирский федеральный университет

В настоящее время повысился интерес к программным комплексам, обладающим высокой надежностью. В частности, особый интерес к разработкам в области интервальной математики. В 80-е годы XX столетия в ВЦ СО АН СССР (г. Красноярск) впервые в мире был разработан пакет гистограммной арифметики. Изначально пакет был разработан на языке PASCAL 5.5. Для эффективного использования в настоящее время пакет требует переработки и адаптации под современные операционные системы.

Пусть X_1, X_2, \dots, X_N - независимые случайные величины и величина Y определяется функциональной зависимостью:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N). \quad (1)$$

Предположим, что при вычислении f используются независимые случайные величины, операции $\{+, -, \times, /\}$, операция возведения в степень $\{\uparrow\}$, операции нахождения максимума и минимума $\{\max, \min\}$. Случайные величины $X_n, n = 1, \dots, N$ принимают значения в интервале $[A_n, B_n]$, и плотность их распределения задана кусочно-постоянной функцией $P_n(x)$, определенной на M_n отрезках. Точки вида $\{\alpha_m^n, m = 0, 1, \dots, M_n\}$ образуют интервалы постоянных значений функции $P_n(x)$. Такие случайные величины называют *гистограммными числами* или *гистограммами*.

Для решения поставленной задачи заменим обычные операции на операции над гистограммными переменными.

Известны аналитические формулы для определения плотности вероятности результатов арифметических действий над случайными величинами. Например, для нахождения плотности вероятности суммы двух случайных величин $P_{X_1+X_2}$ используется соотношение:

$$P_{X_1+X_2} = \int_{-\infty}^{\infty} P_1(x-v)P_2(v)dv = \int_{-\infty}^{\infty} P_1(v)P_2(x-v)dv, \quad (2)$$

где $P_{X_1+X_2}$ - плотность случайной величины $X_1 + X_2$. На основе формулы типа (2) для специально подобранных разбиений интервалов значений исходных случайных величин в некоторых случаях удается восстановить точно функцию плотности вероятности. Однако в случаях произвольных разбиений эти формулы не удобны для численных расчетов плотности результата в классе кусочно-постоянных функций.

Для изложенного выше подхода ранее был разработан комплекс модулей на языке Pascal. Этот комплекс выполняет следующие операции: 1) построение на заданном отрезке кусочно-постоянной функции плотности распределения случайной величины; 2) выполнение основных арифметических операций над гистограммами случайных

величин; 3) расчет плотностей вероятностей функции X^n , где n - целое число, по плотности вероятности случайной величины X ; 4) определение плотности вероятности для $\max(X; Y) \dot{\leftarrow} \min(X; Y)$ по плотности X и Y ; 5) переход от гистограммы распределения к плотности вероятности и обратно; 6) расчет для случайной величины X ее математического ожидания и дисперсии; 7) сжатие интервала значений случайной величины; 8) выполнение ускоренных операций сложения и вычитания для случайных величин специального вида; 9) проведение основных арифметических операций над гистограммами при ограничении на величину и дробность представления результата.

При большом количестве арифметических действий над гистограммами интервал допустимых значений растет. При дроблении этого интервала небольшим шагом резко увеличивается количество информации и время для расчетов. В таких случаях крайние члены интервала допустимых значений имеют ничтожную вероятность, и их можно опустить (сжать интервал) без существенного изменения точности. Операция сжатия выполняется процедурами, описанными в пункте 7.

Для случайных величин, принимающих только целочисленные значения, разработаны операции сложения и вычитания, требующие значительно меньше арифметических действий, чем в общем случае.

Для эффективного использования пакета гистограммной арифметики на современных персональных компьютерах модули были дописаны и переработаны на языке программирования высокого уровня Delphi.