УДК 629.78.015

# ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ В КОНТУРЕ ОПЕРАТИВНОГО НАВИГАЦИОННО-БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ УПРАВЛЕНИЯ КА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ

**Байрамов К.Р., к.т.н., доцент**
**Научный консультант — Бетанов В.В., д.т.н., профессор**
***Военная академия РВСН имени Петра Великого, г. Москва***

В работе показывается, что применение используемых в настоящее время в практике алгоритмов, основанных на обобщенном методе наименьших квадратов, не обеспечивают требуемую точность и надежность определения вектора состояния (ВС) геостационарного космического аппарата (ГКА) при однопунктной схеме радиоконтроля орбиты (РКО). Рассматривается один из возможных подходов к повышению точности определения движения, когда определение ВС КА осуществляется в рамках итерационной процедуры. На каждом приближении для получения вектора поправок формируется система нормальных уравнений (СНУ).

В практике оперативного баллистико-навигационного обеспечения (ОБНО) управления космическими аппаратами (КА) на геостационарных орбитах имеет место применение однопунктных схем радиоконтроля орбиты (РКО). Необходимость проведения однопунктных схем РКО вызывается рядом причин, определяющими из которых являются:

1) высокая загрузка траекторных измерительных средств (ТИС);

2) ограничения по углу места (зоне радиовидимости), когда геостационарный КА (ГКА) находится в зоне радиовидимости только одного измерительного пункта (ИП);

3) применение экспериментальных ГКА, особенности функционирования или бортовая аппаратура которых ориентированы на использование уникальных ТИС;

4) срыв реализации штатного (многопунктного) РКО в результате нештатной ситуации.

Рассмотрим типичные результаты определения движения ГКА по однопунктной и штатной схемам РКО. Реализация штатной схемы РКО производилась с 2-х различных ИП. Определение движения ГКА по измерениям текущих навигационных параметров (ИТНП) осуществлялось на интервале 6 месяцев с периодичностью 28-30 суток. Параметры орбиты ГКА: $T_{др}$=23 час 56 мин, e=0.00023, $i$=13 минут 27 секунд, h=35773.8 км, H=35791.7 км.

Определение вектора состояния (ВС) ГКА осуществлялось с использованием обобщенного метода наименьших квадратов (ОМНК). В качестве математической модели движения (ММД) КА использовалась численная ММД в неособенных λ–переменных, которые определяются следующими соотношениями:

$$
\left.\begin{aligned}
\lambda_0 &= a,\\
\lambda_1 &= e\cos(\omega+\Omega),\\
\lambda_2 &= e\sin(\omega+\Omega),\\
\lambda_3 &= \sin(i/2)\cos\Omega,\\
\lambda_4 &= \sin(i/2)\sin\Omega,\\
\lambda_5 &= \upsilon+\omega+\Omega.
\end{aligned}\right\}, \qquad (1)
$$

где $a$ – большая полуось орбиты, $e$ – эксцентриситет, $i$ – наклонение, $\Omega$ – долгота восходящего узла, $\omega$ – аргумент перигея, $\upsilon$– истинная аномалия.

В табл.1 приводятся отклонения уточненных параметров орбиты ГКА, полученных при определении вектора состояния (ВС) КА по однопунктной схеме РКО от соответствующих величин, полученных при обработке измерений текущих навигационных параметров (ИТНП) штатной схемы РКО. Результаты расчетов, приведенные в табл.1, показывают, что при определении ВС ГКА по однопунктной схеме РКО характерным является снижение точности определения положения плоскости орбиты. Полученные в этом случае ошибки в наклоне орбиты превышают заданный допуск в 60 угловых секунд.

Таблица 1. Отклонения уточненных значений параметров орбиты ГКА, полученных по однопунктной схеме РКО

| Номер решения | $dt$ [с] | $dT_{\partial p}$ [с] | $di$ [уг.мин, уг.с] |
|---|---|---|---|
| 1 | -12.187 | -0.090 | 9.19 |
| 2 | -11.099 | -0.488 | 6.45 |
| 3 | -6.076 | -0.996 | -4.43 |
| 4 | -6.129 | -0.201 | -5.29 |
| 5 | 7.208 | 0.453 | -3.59 |
| 6 | 11.466 | -0.706 | -6.16 |

Таблица 2. Отношения значений чисел обусловленности матрицы частных производных и диагональных элементов ковариационной матрицы вектора поправок к уточняемому ВС

| № цикла РКО | Мерный интервал [час] | Отношение чисел обусловленности [-] | Отношения значений диагональных элементов ковариационной матрицы | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\frac{C_{\lambda 0}}{C_{\lambda 0ш}}$ [-] | $\frac{C_{\lambda 1}}{C_{\lambda 1ш}}$ [-] | $\frac{C_{\lambda 2}}{C_{\lambda 2ш}}$ [-] | $\frac{C_{\lambda 3}}{C_{\lambda 3ш}}$ [-] | $\frac{C_{\lambda 4}}{C_{\lambda 4ш}}$ [-] | $\frac{C_{\lambda 5}}{C_{\lambda 5ш}}$ [-] |
| 1 | 44 | 1.515 | 1.007 | 4.296 | 5.561 | 5.641 | 4.686 | 1.0178 |
| 2 | 16 | 34.055 | 6.901 | 13.206 | 21.927 | 2.209 | 15.317 | 1.3610 |
| 3 | 10 | 138.711 | 14.872 | 30.150 | 17.210 | 16.572 | 33.072 | 1.8823 |
| 4 | 38 | 7.045 | 2.111 | 7.212 | 5.748 | 6.491 | 7.531 | 1.0211 |
| 5 | 21 | 10.133 | 3.834 | 13.284 | 9.704 | 11.065 | 13.040 | 1.3549 |
| 6 | 13 | 112.03 | 12.621 | 28.378 | 14.756 | 15.360 | 30.213 | 1.8719 |

Ошибки в определении времени выхода на начало витка, полученные в решениях по однопунктной схеме РКО, также характеризуются значительными вариациями относительно штатных решений, но при этом отклонения не превышали допустимые, как на момент уточнения ВС, так и в конце интервала прогнозирования.

В табл.2 приведены отношения значений чисел обусловленности матрицы частных производных и диагональных элементов ковариационной матрицы погрешностей вектора поправок к уточняемому ВС, полученных по однопунктной схеме РКО ($C_{\lambda 0} - C_{\lambda 5}$) к соответствующим величинам, полученным по штатной схеме ($C_{\lambda 0ш} - C_{\lambda 5ш}$).

Данные в табл.2 характеризуют точность определения параметров орбиты по однопунктной схеме РКО в зависимости от продолжительности мерного интервала и в определенной степени дают интерпретацию результатов в табл.1 с точки зрения теории наблюдения динамических систем и статистического оценивания.

Результаты в табл.2 позволяют  сделать следующие выводы:

1) компонета $\lambda_5$ является параметром, потенциально наиболее устойчивым к изменению продолжительности мерного интервала и вала и имеющим менее значимую относительную вариацию ошибки в сравнении с ошибками в определении других компонент;

2) при однопунктной схеме РКО ошибки компонент ВС, включающих величины, определяющие положение плоскости орбиты и угловое положение перигея ($\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$, $\lambda_4$) наиболее значимы по отношению к ошибкам соответствующих компонент штатных решений.

Как показывают результаты экспериментальных расчетов, наименее надежным является определение компонент $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$, $\lambda_4$.

Рассмотрим один из возможных подходов к повышению точности определения движения ГКА в условиях однопунктной схемы РКО. Пусть определение ВС КА осуществляется в рамках итерационной процедуры. На каждом приближении для получения вектора поправок формируется система нормальных уравнений (СНУ):

$$A\,dq = d\,, \tag{2}$$

где $A = C^T PC,\ \ d = C^T Pdh,$

$C$ – матрица частных производных размерности $m \times n$,

$P$ – матрица весов измерений размерности $m \times m$,

$dh$ – $m$-мерный вектор разностей измеренных и расчетных значений ИТНП.

Суть предлагаемого подхода основывается на анализе корреляционной структуры СНУ (2) и введении совокупности идентифицирующих ограничений вида

$$Bdq = 0, \tag{3}$$

где $B$ – матрица размерности $(n\text{-}r)*n,\ r<n$.

В качестве строк матрицы $B$ выбирается совокупность $(n\text{-}r)$ линейно-независимых n-мерных векторов, не зависящих линейно от строк матрицы $(P^{1/2}C)$.

Для формирования матрицы $B$ произведем преобразование СНУ к задаче отыскания решения в нормированном базисе, т. е.

$$\tilde{\ }_{sj} \quad {}_{sj} \left( \left\|a^{(s)}\right\|^{-2} \left\|a^{(j)}\right\|^{-2} \right), \tag{4}$$

$$\tilde{\ }_{s} \quad {}_{sj} \left( \left\|a^{(s)}\right\|^{-2} \right), \tag{5}$$

где $\left\|a^{(s)}\right\|$ – величина евклидовой нормы s-го столбца  матрицы $(P^{1/2}C)$, s=1,…, n.

Элементы матрицы [illegible], близкие к 1, можно рассматривать как показатели линейных связей между уточняемыми параметрами. В связи с этим в верхнем (нижнем) треугольнике матрицы [illegible] определяется (n-r) элементов [illegible], близких к 1, а затем определяются индексы $k_j$, $j=1, \ldots, n\text{-}r$, $k_j$:={2, 3, 4, 5}, для которых диагональные элементы ковариационной матрицы погрешностей максимальны.

В соответствии со значением индексов $k_j$ формируется матрица $B$, представляющая собой систему линейно-независимых векторов. Элемент каждого вектора с индексом $k_j$ равен 1, остальные элементы равны 0, т. е.

$$B = \begin{bmatrix} 0 \ldots 0 \; b_{1k1} \; 0 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 0 \, b_{n-r,kn-r} \; 0 \ldots 0 \end{bmatrix}. \qquad (6)$$

Вектор поправок $dq_f$ вычисляется путем решения системы

$$( \text{[illegible]} ) dq_f = \text{[illegible]} \qquad (7)$$

где $F$ – диагональная матрица, элементы которой, не ассоциированные с ненулевыми элементами матрицы $B^T B$, полагаются равными нулю.

Таблица 3. Отклонения уточненных значений параметров орбиты ГКА, полученных по однопунктной схеме РКО

| Номер цикла РКО | ОВСИО | | | ОМНК | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | dt [с] | $dT_{др}$ [с] | $di$ [уг.с] | dt [с] | $dT_{др}$ [с] | $di$ [уг.с] |
| 1 | -7.978 | -0.867 | -29 | 22.248 | -0.771 | 750 |
| 2 | -5.670 | -1.230 | -7 | 1.035 | -1.329 | -338 |
| 3 | -1.072 | -0.624 | 9 | 10.764 | -0.821 | 810 |

В табл.3 приводятся результаты экспериментальной проверки описанного метода (ОВСИО) и для сравнения результаты применения ОМНК при определении движения ГКА по однопунктной схеме РКО. Величины $dt$, $dT_{др}$, $di$ в табл.3 представляют собой отклонения прогнозируемых параметров (времени выхода на начало витка, драконического периода, наклонения), полученных по однопунктной схеме РКО от уточненных, полученных по штатной (многопунктной) схеме РКО.

Результаты в табл.3 показывают, что применение описанного метода в условиях экспериментальной проверки позволяет значительно (по наклонению в десятки раз) повысить точность определения движения ГКА при проведении однопунктных схем РКО. При этом значения полученных отклонений $dt$, $dT_{др}$, $di$ обеспечивают выполнение требований, предъявляемых к точности определения движения по ИТНП большинства типов ГКА. Применение предложенного метода в практике ОБНО позволяет повысить надежность управления ГКА при проведении однопунктных схем РКО.