

ПРИМЕНЕНИЕ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РАСЧЕТЕ НАДЕЖНОСТИ СЕТИ

Колесников И.В.

Научный руководитель – к.ф.-м.н, доцент Кучеров М.М.

Сибирский федеральный университет

В настоящее время сетевые технологии составляют основу корпоративных информационных систем современных предприятий, бизнес которых требует непрерывной, надежной работы средств связи и обработки данных. Важной задачей является обеспечение надежности сетевых технологий. При появлении сбоя и отказов в технических и программных средствах корпоративной информационной системы нарушается нормальная работа всех пользователей системы, также очень опасны нарушения в информационных процессах хранения данных, такие как потеря данных, либо их искажение. Такие нарушения в работе системы приводят к большим убыткам предприятия. Поэтому необходимо обращать пристальное внимание на информационные процессы, происходящие в системе, отслеживать ее надежность и правильность получаемых результатов обработки информации.

Вопросам оценки надежности локальных вычислительных сетей посвящено немало исследований. Также предложены различные методы оценки надежности систем, исследованы источники новых подходов к обеспечению надежности процессов передачи, хранения и обработки данных в корпоративных информационных системах.

Метод расчета надежности сети

В общем случае изделие, с точки зрения надежности, может быть представлено *параллельно-последовательной* рабочей надежностной схемой, в которой последовательное соединение элементов отражает поведение элементов, отказ которых приводит к отказу изделия в целом, а параллельное соединение элементов отражает поведение элементов, отказ которых приводит к отказу изделия в целом, если откажут все элементы параллельного соединения. В соответствии с теорией надежности, вероятность отказа оборудования зависит от топологии сети, интенсивности отказов λ и времени использования t .

Кратко рассмотрим методы расчета количественных показателей надежности изделий. Расчет показателей надежности невозстанавливаемых изделий (в данном случае объектом является сетевое оборудование) в предположении внезапных отказов элементов с постоянными во времени интенсивностями отказов элементов проводится с использованием соотношений:

$$T_0 = \int_0^{\infty} t Q'_i(t) dt = \int_0^{\infty} t [1 - P(t)]'_t dt = - \int_0^{\infty} t P'_i(t) dt = - P(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt$$

$$P(t) = \prod_{i=1}^{i=N} P_i(t) = \exp \left[- \sum_{i=1}^{i=N} \int_0^t \lambda_i(t) dt \right]$$

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \prod_{i=1}^{i=N} Q_i(t) = 1 - \prod_{i=1}^{i=N} [1 - P_i(t)] = 1 - \prod_{i=1}^{i=N} \left\{ 1 - \exp \left[- \int_0^t \lambda_i(t) dt \right] \right\}$$

В большинстве случаев в локальных сетях используют древовидную топологию. Мы назовем это параллельно-последовательным соединением. Расчет надежности сети с параллельно-последовательным соединением:

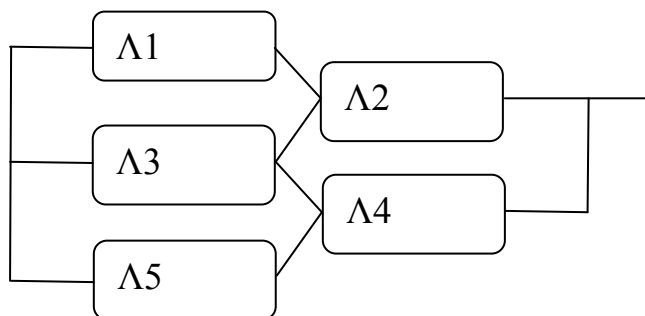
$$\begin{aligned}
P(t) &= 1 - [1 - P_4(t)] \{1 - [1 - (1 - P_1(t))(1 - P_2(t))] P_3(t)\} = \\
&\times \exp(-\lambda_3 t) \} = \exp(-\lambda_4 t) + \exp[-(\lambda_1 + \lambda_3)t] + \exp[-(\lambda_2 + \lambda_3)t] + \\
&+ \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)t] - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t] - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4)t] \exp[-(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)t] \\
&: \\
T_0 &= \int_0^{\infty} P(t) dt = \frac{1}{\lambda_4} + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_3} + \frac{1}{\lambda_2 + \lambda_3} + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4}
\end{aligned}$$

Расчетная надежностная схема локальной сети содержит n основных элементов и m резервных. В предположении, что вероятности безотказной работы всех элементов (основных и резервных) одинаковы и равны $p(t)$, вероятность безотказной работы изделий в целом $P(t)$ определяется как вероятность события, что за время t в изделии произойдет не более m отказов, т. е.

$$P(t) = \sum_{k=0}^m C_{m+n}^k p^{m+n-k}(t) [1-p(t)]^k,$$

где $p(t)$ в случае внезапных отказов с постоянной во времени интенсивностью λ равна $\exp(-\lambda t)$.

Таким образом, можно рассчитать вероятность первого отказа в локальной сети. Например, рассчитаем вероятность времени отказа в локальной сети с древовидной топологией:



$$\begin{aligned}
P(t) &= e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} + e^{-(\lambda_2 + \lambda_3)t} + e^{-(\lambda_3 + \lambda_4)t} + e^{-(\lambda_4 + \lambda_5)t} - e^{-(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)t} - \\
&e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t} - e^{-(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5)t} + (1 - e^{-\lambda_3 t}) \\
P &= P_{135} \cdot P_{24} = \left[1 - \left(1 - e^{-\lambda_1 t} \right) \left(1 - e^{-\lambda_3 t} \right) \left(1 - e^{-\lambda_5 t} \right) \right] \times \left[1 - \left(1 - e^{-\lambda_2 t} \right) \left(1 - e^{-\lambda_4 t} \right) \right]
\end{aligned}$$

В дальнейшем показатели надежности можно вычислить, описывая «старение» таких изделий случайным марковским процессом с дискретными состояниями.

При анализе поведения изделия во времени в процессе износа (старения) удобно пользоваться графом состояний, содержащим столько вершин, сколько различных состояний возможно у изделия. Ребра графа состояний отражают возможные переходы из некоторого состояния во все остальные в соответствии с параметрами потоков отказов или восстановлений. Если для каждого состояния изделия, другими словами, для каждой вершины графа, вычислить вероятность нахождения изделия именно в этом состоянии в любой произвольный момент времени $P_i(t)$, то, зная эти вероятности, можно оценить интересующие на практике показатели надежности. Связь между вероятностями

ми нахождения изделия во всех его возможных состояниях, в свою очередь, выражается *системой дифференциальных уравнений Колмогорова*.

В общем случае применение теории случайных марковских процессов к решению задач оценки показателей надежности включает:

- 1) составление списка всех возможных состояний изделия;
- 2) вычисление параметров потоков отказов и восстановлений для каждого состояния;
- 3) составление графа состояний;
- 4) запись системы дифференциальных уравнений Колмогорова;
- 5) решение системы уравнений Колмогорова и определение количественных показателей надежности.

Надежность локальных сетей следует анализировать, используя аппарат Марковских процессов. Графики переходных вероятностей состояний сети показывают, как во времени происходит изменение надежности сети. Полученные переходные вероятности позволяют получить коэффициент готовности и средний коэффициент качества сети. С помощью последнего определяются моменты ремонта и деградации сети.