

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ НА ВЫХОДЕ ИЗ УСТЬЯ ГОРЕЛОК

**Журмилов А.А., Цыганкова К.В.
Научный руководитель – доцент Захаров Г.А.**

Дальневосточный федеральный университет

Одним из важнейших процессов сжигания жидкого топлива является предварительная стадия смесеобразования, то есть смешение распыленного топлива с воздухом за срезом топочного устройства. Реализация прямоточных или закрученных потоков требует соответствующего использования различных типов форсунок, обеспечивающих распределение топлива и воздуха по поперечному сечению факела.

Процесс сжигания жидкого топлива условно можно разбить на несколько этапов. Одним из важнейших является предварительная стадия смесеобразования, которая представляет собой смешение распыленного топлива с воздухом за срезом топочного устройства.

Определим скорости двух закрученных потоков воздуха, выходящих из устья горелки (Рис. 1 и 2).

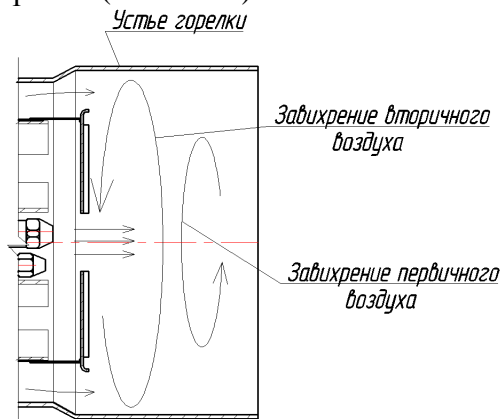


Рис. 1. Устье горелки

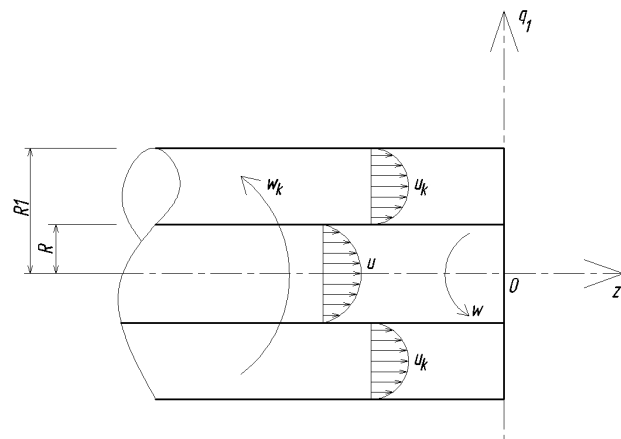


Рис. 2. Диаграмма распределения скоростей

Настоящая задача актуальна для смесеобразования в горелочных устройствах, и расчетов аэродинамических характеристик при взаимодействии потоков в технологических установках различного назначения.

Задача решается в области $-\infty < z < +\infty$; $0 \leq \theta \leq 2\pi$, с целью последующего определения характеристик суммарного потока в области $0 < z < +\infty$, что позволит рассчитывать параметры сформировавшегося осесимметричного потока.

Для решения задачи удобно использовать цилиндрическую систему координат и переменные Лагранжа. Учитывая осевую симметрию (производные по полярному углу q_2 равные нулю), решение задачи для двух соосных каналов можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} q_1 = q_{10}; & q_2 = q_{20} + \theta(q_{10}, \tau); \\ q_3 = q_{30} + z(q_{10}, \tau); \\ P = f_1(q_{10}, \tau) + f_2(\tau)q_2 + f_3(\tau)q_3. \end{cases} \quad 1)$$

Уравнения Навье - Стокса для каждого из каналов в переменных Лагранжа имеют вид:

$$\begin{cases} q_{10}\omega^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial q_{10}} [f_1(q_{10}, \tau) - f_2q_2 - f_3q_3]; \\ \frac{d\omega}{d\tau} = -\frac{1}{\rho \cdot q_{10}^2} \frac{\partial p}{\partial q_{20}} + \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial q_{10}^2} + \frac{3}{q_{10}} \frac{\partial \omega}{\partial q_{10}} \right); \\ \frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial q_{30}} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial q_{10}^2} + \frac{1}{q_{10}} \frac{\partial u}{\partial q_{10}} \right). \end{cases} \quad 2)$$

Начальные условия для каждого канала:

$$\theta(q_{10}, 0) = 0; \quad \frac{d\theta}{d\tau}(q_{10}, 0) = 0; \quad z(q_{10}, 0) = 0; \quad \frac{dz}{d\tau}(q_{10}, 0) = 0 \quad 3)$$

Граничные условия имеют вид

1. Труба:

$$\theta(q_{10} = R, \tau) = 0; \quad \frac{d\theta}{d\tau}(0, \tau) < \infty; \quad \frac{dz}{d\tau}(q_{10} = R, \tau) = 0; \quad \frac{dz}{d\tau}(0, \tau) < \infty. \quad 4)$$

2. Кольцевой зазор:

$$\frac{d\theta}{d\tau}(q_{10} = R, \tau) = 0; \quad \frac{d\theta}{d\tau}(q_{10} = R_1, \tau) = 0; \quad \frac{dz}{d\tau}(q_{10} = R, \tau) = 0; \quad \frac{dz}{d\tau}(q_{10} = R_1, \tau) = 0. \quad 5)$$

Здесь ω - угловая скорость, ρ - плотность жидкости, q_{10} , q_{20} , q_{30} - переменные Лагранжа, q_2 - угловое перемещение в трубе и кольцевом зазоре, q_3 - перемещение вдоль оси z , $u = \frac{dz}{d\tau}$ - скорость вдоль трубы и кольцевого зазора, $f_1(q_{10}, \tau)$, $\omega(q_{10}, \tau)$, $u(q_{10}, \tau)$ - неизвестные функции, которые подлежат определению, а $f_2(\tau)$, $f_3(\tau)$, $f_4(\tau)$ и $f_5(\tau)$ необходимо задать, которые определяют перепад давления вдоль осей q_2 и q_3 относительно неизвестных функций $f_1(q_{10}, \tau)$, $\omega(q_{10}, \tau)$, $u(q_{10}, \tau)$.

Для получения аналитического решения задачи использовался метод преобразования Лапласа, с определением угловых и осевых перемещений, производные которых дают соответствующие скорости.

РЕШЕНИЕ ДЛЯ ПЕРВИЧНОГО ВОЗДУХА.

Уравнения принимают вид:

$$f_1' = \rho q_{10} \omega^2; \quad 6)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{q_{10}} f_2(\tau) + \nu \left(\omega_{\cdot\tau\tau} + \frac{3}{q_{10}} \cdot \omega_{\cdot\tau} \right); \quad 7)$$

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} f_3(\tau) + \nu \left(u_{\cdot\tau\tau} + \frac{1}{q_{10}} \cdot u_{\cdot\tau} \right). \quad 8)$$

Для уравнений 7 и 8 применим преобразование Лапласа. Тогда для уравнения 7 получается уравнение для изображения:

$$\xi^2 \psi'' + 3\xi \psi' - \xi^2 \psi = \frac{f_2(\beta)}{\mu}. \quad 9)$$

Для уравнения 8 получаем уравнение для изображения:

$$\xi^2 y'' + \xi y' - \xi^2 y = \frac{\xi^2}{\rho} \cdot \frac{f_3(\beta)}{\beta}. \quad (10)$$

Решениями этих двух уравнений будет:

$$y = C_1 I_0(\xi) + C_2 K_0(\xi) - \frac{1}{\rho} \frac{f_3(\beta)}{\beta}; \quad (11)$$

$$\psi = C_3 \frac{I_1(\xi)}{\xi} + C_4 \frac{K_1(\xi)}{\xi} - \frac{f_2(\beta)}{\mu \xi^2}. \quad (12)$$

Где I_0, I_1 - есть модифицированная функция Бесселя нулевого и первого порядка; K_0, K_1 - модифицированная функция нулевого и первого порядка.

Для определения постоянных C_1, C_2, C_3, C_4 будем использовать граничные условия.

Для прямолинейного движения потока среды с учетом ограниченности условий в нуле, решение для изображения имеет вид:

$$Z = \frac{1}{\rho} \frac{f_3(\beta)}{\beta} \left\{ \frac{J_0(x)}{J_0(x_0)} - 1 \right\}. \quad (13)$$

Оригинал этого решения запишется в следующем виде:

$$Z = \frac{1}{\rho} f_3(\tau) * G(q_{10}, \tau). \quad (14)$$

Где $G(q_{10}, t) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_0(s_k \theta)}{s_k J_1(s_k)} \exp(\beta_k t), \beta_k = -v \left(\frac{s_k}{R} \right)^2$.

Для вращения:

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} \xi \psi \rightarrow 0 \quad (15)$$

Примем, что $C_4 = \frac{f_2(\beta)}{\mu}$;

$$C_3 = \frac{f_2(\beta)}{\mu} \cdot \frac{1 - \xi_0 K_1(\xi_0)}{\xi_0 I_1(\xi_0)}. \quad (16)$$

Тогда решение ψ для изображения запишется в следующем виде:

$$\psi = \frac{\beta f_2(\beta)}{\mu} \cdot \frac{R}{q_{10}} \psi_1(q_{10}, \beta) \cdot \psi_2(R, \beta) - \frac{f_2(\beta)}{\mu} \cdot \psi_2(q_{10}, \beta). \quad (17)$$

Где $\psi_1 = \frac{I_1(\xi)}{\beta I_1(\xi_0)}$; $\psi_2(q_{10}, \beta) = \frac{1 - \xi K_1(\xi)}{\xi^2}$; $\psi_2(R, \beta) = \frac{1 - \xi_0 K_1(\xi_0)}{\xi_0^2}$; $\xi = \xi_0 \frac{q_{10}}{R}$.

Оригинал для $\psi_2(q_{10}, \beta) \Rightarrow \psi_2(q_{10}, \tau) = \frac{v}{q_{10}^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{q_{10}^2}{4v\tau}\right) \right]$.

Из этого выражения видно, что при $q_{10} \rightarrow 0$ имеется конечный предел, который равен $\frac{1}{4\tau}$.

Вычислим оригинал ψ_1 , он равен:

$$\psi_1 = 1 + 2 \frac{R}{q_{10}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_1\left(s_k, \frac{q_{10}}{R}\right)}{s_k J_0(s_k)} e^{\beta_k \tau} = 1 + 2 \frac{R}{q_{10}} \sum_{k=1}^{\infty} G_k(q_{10}) e^{\beta_k \tau}. \quad (18)$$

После получения оригинала запишем решение задачи в виде свертки:

$$\psi(q_{10}, \tau) = \frac{1}{\mu} f_2(t) * [\psi_2(R, \tau) - \psi_2(q_{10}, \tau)] + \frac{2}{\mu} \cdot \frac{R}{q_{10}} \sum_{k=1}^{\infty} G_k(q_{10}) \varphi_k(\tau) * \psi_2(R, \tau). \quad (19)$$

Неизвестная функция $f_1(q_{10}, \tau)$ определится как:

$$f_1(q_{10}, \tau) = \rho \int_0^{q_{10}} q_{10} \omega^2 dq_{10}. \quad (20)$$

РЕШЕНИЕ ДЛЯ ВТОРИЧНОГО ВОЗДУХА.

Для вторичного воздуха имеем следующее решение поступательного и углового перемещения. Для поступательного движения имеем следующий вид:

$$Z = C_1 I_0(\xi) + C_2 K_0(\xi) - \frac{1}{\rho} \frac{f_4(\beta)}{\beta}. \quad (21)$$

Для углового перемещения имеем:

$$\psi = C_3 \frac{I_1(\xi)}{\xi} + C_4 \frac{K_1(\xi)}{\xi} - \frac{f_5(\beta)}{\mu \xi^2}. \quad (22)$$

Откуда получаем окончательное решение для изображения:

$$Z = \frac{1}{\rho} \frac{f_4(\beta)}{\beta} \left\{ -1 + \frac{I_0(\xi)}{\Delta} [K_0(\xi_1) - K_0(\xi_0)] + \frac{I_0(\xi_0) - I_0(\xi_1)}{\Delta} K_0(\xi) \right\}. \quad (23)$$

Решение для угловой скорости:

$$\omega = \frac{f_5(\beta)}{\mu} \left\{ \frac{1}{\Delta} \cdot \frac{I_1(\xi)}{\xi} \left[\frac{K_1(\xi_1)}{\xi_0} + \frac{K_1(\xi_0)}{\xi_1} \right] + \frac{1}{\Delta} \cdot \frac{K_1(\xi)}{\xi} \cdot \left[\frac{I_1(\xi_0)}{\xi_1} - \frac{I_1(\xi_1)}{\xi_0} \right] \right\}. \quad (24)$$

Поступательная скорость:

$$Z = \frac{f_4(\tau)}{\rho} * \{ 1 + G_0(q_{10}, \tau) * [F_0(R, \tau) + F_0(R, \tau)] + F_1(q_{10}, \tau) * [G_0(R, v) + G_0(R_1, \tau)] \} \quad (25)$$

Решение для угловой скорости.

Изображение имеет вид:

$$\omega(q_{10}, \beta) = \frac{\beta f_5(\beta)}{\mu} \left\{ \frac{1}{\xi} \cdot \frac{I_1(\xi)}{\beta \Delta_1} \left[\frac{K_1(\xi_1)}{\xi_0} + \frac{K_1(\xi_0)}{\xi_1} \right] + \frac{K_1(\xi)}{\xi \cdot \xi_0} \left[\frac{I_1(\xi_0)}{\beta \Delta_1} - \frac{I_1(\xi_1)}{\beta \Delta_1} \right] \right\}, \quad (26)$$

а оригинал запишется в виде свертки:

$$\omega = \frac{f_5(\tau)}{\mu} * \{ G_1(q_{10}, \tau) * [F_1(R_1, \tau) + F_1(R, \tau)] + F_1(q_{10}, \tau) * [G_1(R, \tau) + G_1(R_1, \tau)] \}. \quad (27)$$

Где

$$G_1(q_{10}, \tau) = 2 \frac{RR_1}{R^2 - R_1^2} + 2 \frac{R}{q_{10}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_0\left(x_{1k}^{(k)}, q_{10}/R\right)}{\left(x_{1k}^{(k)}\right)^2 \Delta_{11}\left(x_{1k}^{(k)}\right)} \exp(\beta_k \tau), \quad (28)$$

а корни Δ_1 вычисляются по следующей формуле:

$$x_1^{(k)} = \delta + \frac{p}{\delta} + \frac{q - p^2}{\delta^3} + \frac{r - 4pq + q^2}{\delta^5}.$$

Здесь $\beta_k = -v \left(\frac{x_1^{(k)}}{R} \right)^2$; $\delta = \frac{\pi k}{\lambda - 1}$; $p = \frac{3}{8\lambda}$; $q = \frac{21}{128} \cdot \frac{\lambda^3 - 1}{\lambda^3(\lambda - 1)}$; $r = \frac{60768(\lambda^5 - 1)}{5(8\lambda)^5(\lambda - 1)}$;

$$\lambda = \frac{R_1}{R}.$$