УДК 621.56/57

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА АККУМУЛЯТОРА ТЕПЛА НА ФАЗОВОМ ПЕРЕХОДЕ

Умеренков Е.В.
Научный руководитель – доцент Котенко Э.В.

Юго-Западный государственный университет

Эффективное использование тепловой энергии при эксплуатации систем теплоснабжения невозможно без решения проблемы аккумулирования теплоты. В системах теплоснабжения с автономными теплогенераторами мощность системы отопления, как правило, регулируется по температуре отапливаемого помещения путем включения и выключения горелки котла. Следовательно, для наиболее эффективного использования тепловой энергии и повышения уровня комфорта проживания целесообразно проектировать системы отопления с повышенной емкостью. Создание специального бака-аккумулятора представляется наиболее перспективным , поскольку позволяет выравнивать тепловую нагрузку по времени и тем самым экономнее расходовать тепло. Наиболее перспективным представляется использование фазопереходных аккумуляторов тепла (ФПАТ), так как при этом обеспечивается высокая плотность запасаемой энергии, небольшие перепады температур и стабильная температура на выходе из теплового аккумулятора.

Решение задачи отвода теплоты при фазовом переходе предполагает решение сопряженной задачи, включающей двумерную задачу Стефана для затвердевающего теплоаккумулирующего материала (ТАМа) и уравнение теплового баланса теплоносителя. Известно единственное точное аналитическое решение данной задачи (решение Неймана), полученное для полуограниченного массива. Для любых других вариантов одномерной геометрии используются приближенные или численные способы . Применительно к реальным теплообменным аппаратам, работающих на эффекте фазового перехода, ситуация осложняется неодномерностью (как минимум, двумерностью), в условиях которой даже постановка задачи в ее "классическом" виде, с разрывом тепловых потоков на границе фазового перехода, вызывает принципиальные трудности (нами не обнаружено ни одной работы, содержащей подобную формулировку в практически значимом виде). Для решения двумерных задач применяется, как правило, модель "эффективной теплоемкости" , адекватность которой требует серьезного обоснования.

Настоящая работа также представляет собой попытку приближенного решения вышеназванной задачи.

Реальные аккумуляторы чаще представляют собой кожухотрубные устройства, в которых единичная ячейка рабочего объема (канал для прокачивания теплоносителя и окружающий его теплоаккумулирующий материал-ТАМ) имеет достаточно четко выраженную аксиальную симметрию. В связи с этим, предлагается подход для приближенной оценки выходной температуры теплоносителя (при разрядке накопителя), основанный на допущении о квазистационарности теплового состояния аккумулятора цилиндрической геометрии.

Рассматривается цилиндрический элемент конечной высоты H, центральная часть которого занята полым каналом (трубкой) радиуса R_1 , а остальной обьем - расплавленным ТАМом с одинаковой во всех точках температурой, равной температуре плавления $T_ф$. В начальный момент времени в канал поступает теплоноситель (хладоагент) , входная температура которого t_1 ниже температуры фазового перехода $T_ф$ ($t_1 < T_ф$). Отвод тепла от затвердевающего ТАМа осуществляется только теплоносителем , так как наружная ($R = R_2$) и торцевые поверхности цилиндра теплоизолированы . Термическими сопротивлениями поверхности теплообмена и пристенного слоя теплоносителя пренебрегаем , полагая , что его температура в любой точке по высоте канала равна минимальной в данном сечении температуре твердой фазы ТАМа .

Задача, схема которой в соответствии с вышеизложенным показана на рисунке, состоит в установлении временного хода температуры теплоносителя на выходе из канала $t_2(\tau)$. Для ее решения, как и в [5] используем помимо указанных ряд допущений.

1. Сечению, в котором радиус твердой фазы равен среднему $\overline{R_Ф}$, соответствуют средние температуры теплоносителя $\bar{t}$ (по высоте канала) и твердой фазы ТАМа $\overline{T_Т}$ (по ее объему), а также средняя линейная плотность теплового потока q_l (Вт/м). Радиус $\overline{R_Ф}$ связан с массой твердой фазы $M_т$ очевидным соотношением

$$\pi \cdot H \cdot (\overline{R_Ф^2} - R_1^2) = M_т/\rho_т , \qquad (1)$$

где $\rho_т$ – плотность затвердевшего ТАМа .

2. Температурный напор $\overline{\Delta t} = T_ф - \bar{t}$ интерпретируем как средне логарифмический, т.е.

$$\overline{\Delta t} = (t_2 - t_1) / \ln [(T_ф - t_1) / (T_ф - t_2)] . \qquad (2)$$

3. Течение теплоносителя квазистационарное, следовательно тепловой поток, отводимый от ТАМа равен

$$Q = c \cdot G \cdot (t_2 - t_1) \qquad (3)$$

(c и G теплоемкость и массовый расход теплоносителя соответственно).

4. Распределение температуры твердой фазы по радиусу $T_т(R)$ в сечении по п.1 соответствует одномерному и стационарному (при подвижной границе $R_ф$), что позволяет для q_l записать

$$q_l = 2\pi \cdot \lambda_т \cdot (T_ф - \bar{t}) / \ln(\overline{R_Ф} / R_1) ,$$

где $\lambda_т$ - коэффициент теплопроводности твердой фазы , или с учетом (1)

$$q_l = 4\pi \cdot \lambda_т \cdot \overline{\Delta t} / \ln(1 + M_т / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_т) . \qquad (4)$$

С другой стороны, имея в виду, что $Q = q_l \cdot H$, и используя (2) , (3) и (4), для выходной температуры t_2 , тепловового потока Q и температурного напора $\overline{\Delta t}$ получим

$$t_2 = T_Ф - (T_Ф - t_1) \times \exp\left[-\frac{4\pi \cdot H \cdot \lambda_Т}{c \cdot G \cdot \ln\left(1 + M_Т / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_Т\right)} \right]; \qquad (5)$$

$$Q = c \cdot G \cdot (T_Ф - t_1) \times \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{4\pi \cdot H \cdot \lambda_Т}{c \cdot G \cdot \ln\left(1 + M_Т / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_Т\right)} \right] \right\} ; \qquad (6)$$

$$\overline{\Delta t} = (T_Ф - t_1) \cdot \frac{\left\{ 1 - \exp\left[-\frac{4\pi \cdot H \cdot \lambda_Т}{c \cdot G \cdot \ln\left(1 + M_Т / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_Т\right)} \right] \right\}}{\left[\frac{4\pi \cdot H \cdot \lambda_Т}{c \cdot G \cdot \ln\left(1 + M_Т / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_Т\right)} \right]} . \qquad (7)$$

Для дальнейшего анализа используем также, баланс теплосодержания ФПАТ [5]

$$Q = \left[c_{\text{Т}} \cdot \left(T_{\Phi} - \overline{T_{\text{Т}}}\right) + r\right] \cdot \frac{dM_{\text{Т}}}{d\tau} - M_{\text{Т}} \cdot c_{\text{Т}} \cdot \frac{\overline{T_{\text{Т}}}}{d\tau}, \qquad (8)$$

где $c_{\text{т}}$ и $\overline{T_{\text{Т}}}$ - теплоемкость и средняя (по объему) температура твердой фазы ТАМа; r – скрытая теплота фазового перехода .

В соответствии с допущением по п. 4 распределение температуры $T_{\text{Т}}(R)$ является логарифмическим

$$T_{\text{т}} = \bar{t} + (T_{\text{т}} - \bar{t}) \cdot \ln (R / R_1) / \ln (\overline{R_{\Phi}} / R_1),$$

а его усреднение по радиусу (в "среднем" сечении) дает

$$\overline{T_{\text{Т}}} = \frac{2}{(\overline{R_{\text{Ф}}^2} - R_1^2)} \int_{R_1}^{\overline{R_{\Phi}}} R \cdot T_{\text{Т}}(R) dR = \bar{t} + (T_{\Phi} - \bar{t}) \cdot \frac{\left(\overline{R_{\Phi}} / R_1\right)^2}{\left(\overline{R_{\Phi}} / R_1\right)^2 - 1} - \frac{T_{\Phi} - \bar{t}}{\ln\left(\overline{R_{\Phi}} / R_1\right)^2}$$

или с учетом (1) и (7)

$$\overline{T_{\text{Т}}} = (T_{\Phi} - t_1) \cdot \left\{1 - \exp\left[-\frac{4\pi \cdot H \cdot \lambda_{\text{Т}}}{c \cdot G \cdot \ln\left(1 + M_{\text{Т}} / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_{\text{Т}}\right)}\right]\right\} \cdot \frac{c \cdot G}{4\pi \cdot \lambda_{\text{Т}} \cdot H} \cdot \frac{\pi H \cdot R_1^2 \cdot \rho_{\text{Т}}}{M_{\text{Т}}} \times$$
$$\times \left[\frac{M_{\text{Т}}}{\pi H \cdot R_1^2 \cdot \rho} - \ln\left(1 + M_{\text{Т}} / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_{\text{Т}}\right)\right]. \qquad (9)$$

Наличие (6) и (9) сводят балансовое соотношение (8) к уравнению, содержащему одну зависимую переменную $M_{\text{т}}(\tau)$ (с очевидным начальным условием $M_{\text{т}}(0) = 0$).

При подстановке (6) и (9) в (8) с целью упрощения пренебрегаем изменением площади поверхности теплообмена (и высоты канала H) из-за различия плотностей твердой $\rho_{\text{т}}$ и жидкой $\rho_{\text{ж}}$ фаз ТАМа по соотношению

$$H = H_o \cdot [\, 1 - m_{\text{Т}}(\tau) \cdot (1 - K\rho)] ,$$

где H_o – высота расплава в начальный момент времени; $m_{\text{Т}} = M_{\text{Т}}/M$ – относительная масса (доля) твердой фазы (по отношению к общей, неизменной массе системы M); $K\rho = \rho_{\text{Т}}/\rho_{\text{ж}}$.

Введем следующие безразмерные комплексы: $\text{Fo} = \lambda_{\text{Т}} \cdot \tau / c_{\text{Т}} \cdot \rho_{\text{Т}} \cdot (R_2 - R_1)^2$ – число Фурье; $\text{Ko} = r / c_{\text{Т}} \cdot (T_{\text{ф}} - t_1)$ – критерий Коссовича (полагаем также, что температура теплоносителя на входе t_1, а также его расход G постоянны); $\rho_2 = R_2/R_1$; $\omega = (cG/2\pi R_1 \cdot H_o)/(\lambda_{\text{Т}}/R_2 - R_1)$.

С учетом вышеизложенного уравнение относительно безразмерной массы твердой фазы как функции числа Фурье $m_{\text{Т}}(\text{Fo})$ может быть представлено в виде ($K\rho = 1$)

$$\frac{\text{dFo}}{\text{d}m_{\text{Т}}} = \frac{1}{4} \cdot (1 + \rho_2)^2 \cdot \frac{m_{\text{Т}}}{1 + m_{\text{Т}} \cdot (\rho_2^2 - 1)} + \frac{\omega \cdot (1 + \rho_2)}{2} \cdot \frac{\text{Ko}}{1 - \exp[-\Phi(m_{\text{Т}})]} -$$
$$- \frac{1}{8} \cdot \frac{(\rho_2 + 1)}{(\rho_2 - 1)} \cdot \frac{[m_{\text{Т}} \cdot (1 + \rho_2) - 2\omega / \Phi(m_{\text{Т}})] \cdot \Phi^2(m_{\text{Т}}) \cdot \exp[-\Phi(m_{\text{Т}})}{\omega \cdot [1 + m_{\text{Т}} \cdot (\rho_2^2 - 1)] \cdot [1 - \exp[-\Phi(m_{\text{Т}})]}, \qquad (10)$$

где $\Phi(m_{\text{Т}}) = \dfrac{2\omega \cdot (\rho_2 - 1)}{\ln[1 + m_{\text{Т}} \cdot (\rho_2 - 1)}$.

Не трудно видеть, что (10) представляет собой уравнение с разделяющимися переменными и допускает решение в квадратурах

$$\mathrm{Fo} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{(\rho_2^2-1)}\cdot\left[(1+\rho_2)\cdot m_{\mathrm{T}} - \frac{2\omega}{(1+\rho_2)\cdot\Phi(m_{\mathrm{T}})}\right]+$$
$$+\frac{\omega(1+\rho_2)\cdot Ko}{2}\cdot\int_0^{m_{\mathrm{T}}}\frac{\mathrm{d}m_{\mathrm{T}}^*}{1-\exp[-\Phi(m_{\mathrm{T}}^*)}-\frac{1}{8\omega}\cdot\frac{(1+\rho_2)}{(\rho_2^2-1)}\times \tag{11}$$
$$\times\int_0^{m_{\mathrm{T}}}\frac{[m_{\mathrm{T}}^*\cdot(1+\rho_2)-2\omega/\Phi(m_{\mathrm{T}}^*)]\cdot\Phi^2(m_{\mathrm{T}}^*)\cdot\exp[-\Phi(m_{\mathrm{T}}^*)]}{[1+m_{\mathrm{T}}^*\cdot(\rho_2^2-1)]\cdot[1-\exp[-\Phi(m_{\mathrm{T}}^*)]}\cdot\mathrm{d}m_{\mathrm{T}}^*.$$

Соотношение (11) определяет временную зависимость (в неявном виде) относительной доли твердой фазы ТАМа, наличие которой позволяет рассчитать выходную температуру теплоносителя по (5) или в безразмерной форме по

$$\theta_2(\mathrm{Fo}) = \frac{t_2-t_1}{T_{\text{ф}}-t_1} = 1-\exp\left\{-\frac{2\cdot(\rho_2-1)}{\omega\cdot\ln[1+m_{\mathrm{T}}(\mathrm{Fo})(\rho_2^2-1)]}\right\}.$$

Наличие взаимосвязи θ_2 и Fo (через относительную массу m_{T}) позволяет, в свою очередь, определить параметры аккумулятора, обеспечивающие требуемый уровень температуры теплоносителя на выходе из него в течение желаемого времени разрядки.

Таким образом, на основе ряда физически оправданных допущений разработан аппарат, существенно упрощающий задачу проектирования (включая оптимизацию) фазопереходных аккумуляторов теплоты цилиндрической геометрии (кожухотрубного типа).