УДК 621.83

УСЛОВИЕ СБОРКИ ЭКСЦЕНТРИКОВОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА

Трифонов Е. С., Дедовец М. П.
Научный руководитель – ст. преподаватель Беляков Е. В., доцент Груздев Д. Е.
Сибирский федеральный университет

При проектировании эксцентрикового планетарного механизма (ЭПМ) необходимо обеспечивать условие сборки зубчатых колес, т.е вершина зуба сателлита должна входить во впадину центрального колеса (рис. 1).

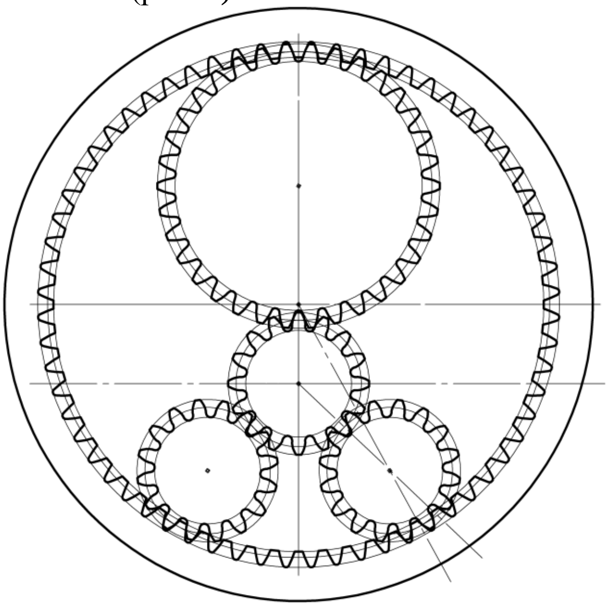

Рисунок 1 – Эксцентриковый планетарный механизм

На рисунке 2 тонкими линиями изображены начальные окружности центральных зубчатых колес 1 и 3 и сателлитов 2 и 4. Пусть t – угловой шаг зацепления, измеренный по этим окружностям. Выделим толстой линией замкнутый контур, проходящий по начальным окружностям колес 1, 2, 3 и 4, и обозначим его длину – L.

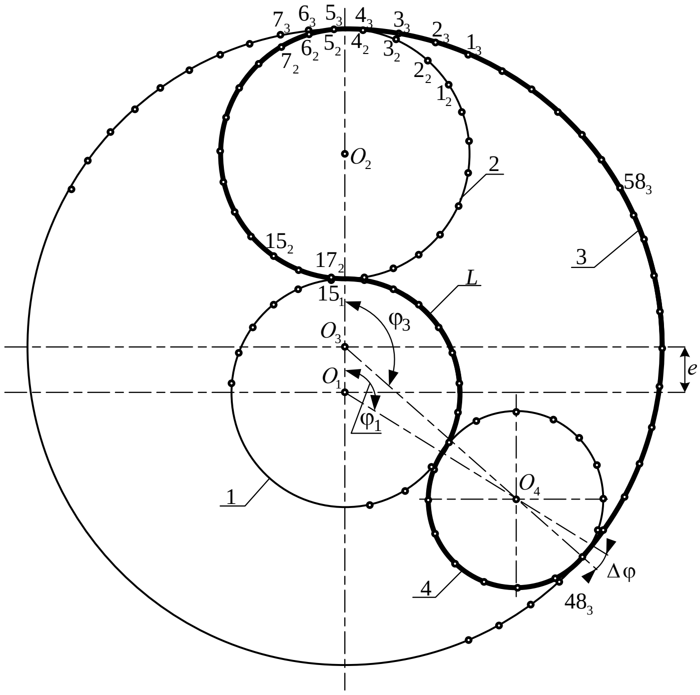

Рисунок 2 – К условию сборки

Если условия сборки удовлетворены, то это значит, что все сателлиты могут быть вставлены, т.е. центральные колеса и сателлиты находятся в зацеплении. Отметим на начальных окружностях колес *1* и *3* точки, лежащие на осях симметрии зубьев ($1_3, 2_3, 3_3, \ldots,$ и $1_1, 2_1, 3_1, \ldots$) и сателлитов *2* и 4 лежащие на осях симметрии впадин ($1_2, 2_2, 3_2, \ldots$).

Нужно отметить, что при работе ЭПМ эти точки одного из зубчатых колес последовательно будут встречаться в полюсе зацепления с соответствующими точками парного зубчатого колеса (сателлита), т.е. например, при вращении по направлению часовой стрелки точки $3_3, 4_3, 5_3, \ldots$ последовательно встречаются в полюсе зацепления с точками максимального сателлита $3_2, 4_2, 5_2, \ldots$

Таким образом, получаем что, например, длина дуги 1-7 окружности 3 равна длине дуги 1-7 контура *L*. Откладывая по контуру *L* от точки 1 в направлении стрелки отрезок, равный целому числу *t*, мы всегда попадаем в одну из упомянутых точек, следовательно, в размере *L* содержится целое число шагов, т.е. получим что

$$\frac{L}{t} = \textit{целое число} \tag{1}$$

Далее имеем

$$L = \frac{\pi \cdot d_2}{2} + \frac{\pi \cdot d_1 \cdot \varphi_1}{360} + \frac{\pi \cdot d_3 \cdot \varphi_3}{360} + \frac{\pi \cdot d_4}{2} - \frac{\pi \cdot d_4 \cdot \Delta\varphi}{360} \tag{2}$$

Выполнив преобразования в выражении (2) получим условие сборки ЭПМ (1) в следующем виде:

$$L = \frac{Z_2}{2} + \frac{Z_1 \cdot \varphi_1}{360} + \frac{Z_1 \cdot U \cdot \varphi_3}{360} + \frac{Z_4}{2} - \frac{Z_4 \cdot \Delta\varphi}{360} - \textit{целое} \tag{3}$$

Или

$$L = 0{,}5 \cdot (Z_2 + Z_4) + Z_1 \cdot \left(\frac{\varphi_1}{360} + \frac{U \cdot \varphi_3}{360} \right) - \frac{Z_4 \cdot \Delta\varphi}{360} - \textit{целое} \qquad (4)$$

В качестве примера рассмотрим расчет чисел зубьев ЭПМ для воспроизведения заданной траектории (рис.3) со следующими исходными параметрами:

1. Эксцентриситет механизма, $e = 18$ мм.;
2. Передаточное отношение между центральной шестерней 1 и центральным колесом 3, при условно остановленном водиле, $U_{13}^{H} = 4$;
3. Модуль зацепления зубчатых колес, $m = 2$ мм.

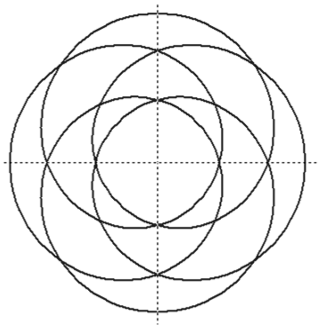

Рисунок 3 – Траектория движения точки выходного звена ЭПМ

Для нахождения чисел зубьев колес ЭПМ необходимо решить следующее уравнение:

$$a \cdot Z_1 + b \cdot Z_2 + c = 0 \qquad (5)$$

где $a = \left(1 - U_{13}^{H}\right) \cdot k$, $b = 2 \cdot k$, $c = -\frac{2 \cdot e}{m} \cdot k$ и a, b, c – целые числа.

Уравнение (5) диофантово уравнение с двумя неизвестными Z_1 и Z_2. Рассмотрим метод нахождения его решения в целых числах. Если d – наибольший делитель чисел a и b, и он отличен от единицы, то получим:

$$a = a_1 \cdot d$$
$$b = b_1 \cdot d$$

С учётом этих отношений уравнение (5) принимает вид:

$$\left(a_1 \cdot Z_1 + b_1 \cdot Z_2\right) \cdot d + c = 0 \qquad (6)$$

Оно будет иметь целые решение только в том случае, когда $c = -\frac{2 \cdot e}{m} \cdot k$ делится на d, и в этом случае сокращая уравнение (6) на d, приходим к уравнению:

$$a_1 \cdot Z_1 + b_1 \cdot Z_2 + c_1 = 0 \qquad (7)$$

где $c_1 = \frac{c}{d}$, коэффициенты которого a_1 и b_1 не имеют общих делителей кроме единицы. В этом случае все решения уравнения (7) в целых числах имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} Z_1 &= Z_1^0 - b_1 \cdot t \\ Z_2 &= Z_2^0 + a_1 \cdot t \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

где, $t = 0, \pm 1, \pm 2, ...$, а Z_1^0, Z_2^0 – какие-нибудь целые решения уравнения (7). Для нахождения Z_1^0, Z_2^0 имеются различные методы решения, один из которых основан на разложении отношения коэффициентов при неизвестных, в целую дробь.

При параметре $t = 1$ получим следующее значения чисел зубьев ЭПМ: $Z_1 = 34,\ Z_2 = 60,\ Z_3 = 136$.

После того как определись различные сочетания чисел зубьев колес ЭПМ Z_1, Z_2, Z_3, для полученного набора определим число зубьев промежуточного сателлита Z_4 из следующего условия:

$$Z_3 - Z_1 - Z_2 \le Z_4 \le Z_2 \tag{9}$$

Далее каждое значение Z_4 проверяем по условию сборки (4). При полученном сочетании Z_1, Z_2, Z_3 получим следующее значения Z_4, удовлетворяющее условию:

При параметре $t = 1$ получим, что при $Z_4 = 33$ условие сборки (4) выполняется.

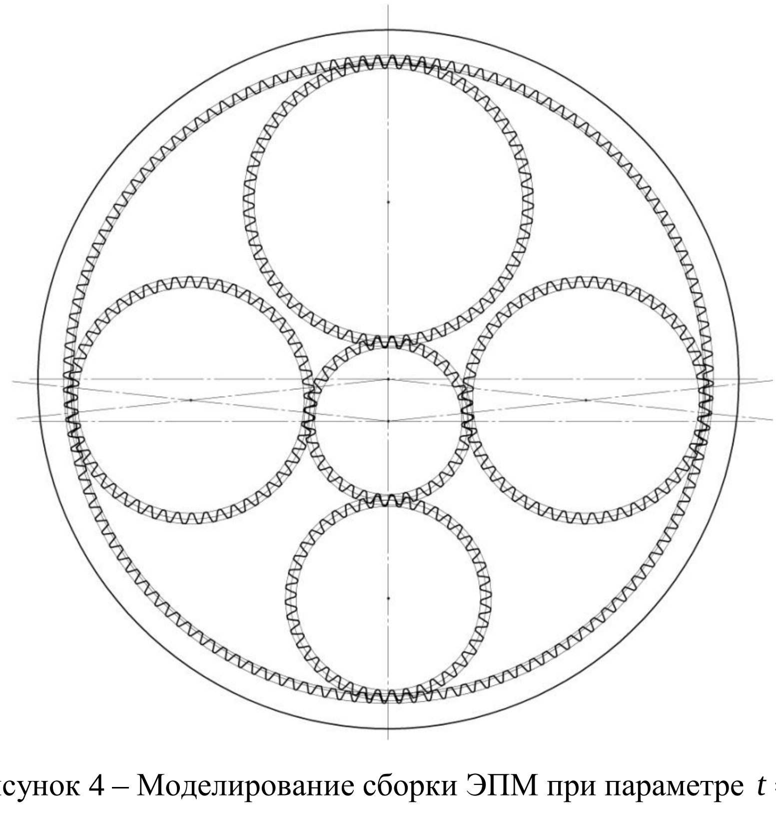

Рисунок 4 – Моделирование сборки ЭПМ при параметре $t = 1$

По полученным значениям всех чисел зубьев колес ЭПМ, с помощью пакета АСКОН КОМПАС V10, смоделирована сборка механизмов (рис.4).

Таким образом, анализируя полученное условие, можно сказать о том, что при получении определенного сочетания чисел зубьев всех колес ЭПМ, значения чисел максимального 2 и промежуточного 4 сателлитов, должны быть либо четными, либо нечетными. А целое значение в условии сборки (4) будет соблюдаться в том случае, если угловой шаг зубьев t будет, либо равным, либо кратным углу $\Delta\varphi$.