УДК 62-82

ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГИДРОПРИВОДА

Мандраков Е.А.
Научный руководитель – профессор Никитин А.А.

Сибирский федеральный университет

Условия работы гидравлических машин, как правило, сложны из-за того, что большинство гидравлических аппаратов и трубопроводов при работе системы испытывает одновременно статические и динамические нагрузки.

К статическим нагрузкам можно отнести усилия, возникающие при монтаже гидравлического оборудования, усилия от внутреннего давления рабочей жидкости и усилия от температурных деформаций элементов гидрооборудования и металлоконструкции машины.

К динамическим относятся усилия, возникающие в результате пульсаций потока, гидравлических ударов, колебаний рабочего оборудования, давления жидкости и т. д.

Для проведения теоретических исследований динамических процессов в гидроприводе необходимо математически описать его динамику, т.е. построить имитационную модель, которая представляет собой замкнутую систему дифференциальных и алгебраических уравнений. Эту систему дополняют условия, необходимые для получения конкретного решения.

Разработка математической модели гидропривода по этим принципам осуществляется путем составления дифференциальных уравнений движения механических элементов, состояния жидкости, баланса расходов и ряда алгебраических уравнений, определяющих расходы жидкости через дроссельные устройства.

Закон движения механизма машинного агрегата формируется под действием сил, приложенных к его звеньям. Прежде всего, это движущие силы и силы сопротивления, а также силы тяжести и многие другие. Характер действия сил может быть разным: некоторые из них зависят от положения звеньев механизма, а другие – от их скорости, силы могут быть и постоянными.

Выполнив приведение сил и масс, любой механизм с одной степенью свободы (рычажный, зубчатый, кулачковый и др.), сколь бы сложным он ни был можно заменить его динамической моделью. Эта модель в общем случае имеет переменный приведенный момент инерции $J_{\Sigma}^{пр}$, и к ней приложен суммарный приведенный момент $M_{\Sigma}^{пр}$. Закон движения модели такой же, как и закон движения начального звена механизма. Основой для составления уравнения движения механизма с одной степенью свободы служит теорема об изменении кинетической энергии:

$$T - T_{нач} = A_{\Sigma}.$$

Работу совершают все активные силы, моменты и силы трения во всех кинематических парах механизма.

Изменение приведенного момента инерции найдем из уравнения движения в энергетической форме:

$$\frac{J_{\Sigma}^{пр}\omega_1^2}{2} - \frac{J_{\Sigma нач}^{пр}\omega_{1нач}^2}{2} = \int\limits_{\varphi_{1нач}}^{\varphi_1} M_{\Sigma}^{пр} d\varphi_1.$$

Продифференцируем по координате φ_1:

$$\frac{d}{d\varphi_1}\left(\frac{J_\Sigma^{пр}\omega_1^2}{2}\right) = M_\Sigma^{пр}.$$

Определим производную, стоящую в левой части уравнения, помня, что в общем случае переменной величиной является не только угловая скорость ω_1, но и $J_\Sigma^{пр}$. В итоге получим:

$$J_\Sigma^{пр}\frac{d\omega_1}{d\varphi_1} + \frac{1}{2}\frac{dJ_\Sigma^{пр}}{d\varphi_1}\omega_1^2 = M_\Sigma^{пр}.$$

Это и есть уравнение движения в дифференциальной форме, поскольку искомая переменная величина – угловая скорость ω_1 начального звена механизма – стоит под знаком производной.

В учебнике Д.Н. Попова “Механика гидро- и пневмоприводов” представлена нелинейная математическая модель силовой части гидропривода с дроссельным регулированием, которая описывается следующей системой дифференциальных уравнений в форме Коши:

$$\begin{aligned}
&\frac{dy_т}{dt} = v_т \\
&\frac{dv_т}{dt} = \frac{c_{св}}{m}y_{шт} - \frac{c_{св}+c_н}{m}y_т - \frac{1}{m}P_{тр} \\
&\frac{dy_{шт}}{dt} = v_{шт} \\
&\frac{dv_{шт}}{dt} = \frac{S_1}{m}p_1 - \frac{S_2}{m}p_2 - \frac{c_{св}}{m}y_{шт} + \frac{c_{св}}{m}y_т - \frac{1}{m}P_{тр.ц} \\
&\frac{dy_ц}{dt} = v_ц \\
&\frac{dv_ц}{dt} = \frac{S_1}{m}p_1 - \frac{S_2}{m}p_2 - \frac{c_{оп}}{m}y_ц - \frac{1}{m}P_{тр.ц}
\end{aligned},$$

при $x_з > 0$

$$\begin{aligned}
&\frac{dp_1}{t} = \frac{k'_{з1}B_{см1}}{V_1+V_{1л}}x_з\sqrt{|p_п - p_1|}sign(p_п - p_1) - \frac{S_1B_{см1}}{V_1+V_{1л}}v_{шт} - \frac{S_1B_{см1}}{V_1+V_{1л}}v_ц \\
&\frac{dp_2}{t} = -\frac{k'_{з2}B_{см2}}{V_2+V_{2л}}x_з\sqrt{|p_2 - p_{сл}|}sign(p_2 - p_{сл}) + \frac{S_2B_{см2}}{V_2+V_{2л}}v_{шт} + \frac{S_2B_{см2}}{V_2+V_{2л}}v_ц
\end{aligned},$$

при $x_з < 0$

$$\begin{aligned}
&\frac{dp_1}{t} = -\frac{k'_{з4}B_{см1}}{V_1+V_{1л}}x_з\sqrt{|p_1 - p_{сл}|}sign(p_1 - p_{сл}) + \frac{S_1B_{см1}}{V_1+V_{1л}}v_{шт} + \frac{S_1B_{см1}}{V_1+V_{1л}}v_ц \\
&\frac{dp_2}{t} = \frac{k'_{з3}B_{см2}}{V_2+V_{2л}}x_з\sqrt{|p_п - p_2|}sign(p_п - p_2) - \frac{S_2B_{см2}}{V_2+V_{2л}}v_{шт} - \frac{S_2B_{см2}}{V_2+V_{2л}}v_ц
\end{aligned},$$

где $k'_{з1} = k'_{з3}$; $k'_{з2} = k'_{з4}$.

Данную систему дифференциальных уравнений необходимо дополнить функциями $P_{тр} = P_{тр}(v_{т})$ и $P_{тр.ц} = P_{тр.ц}(v_{шт}, v_{ц})$, а также функциями, которые определяют проводимость окон, открываемых кромками золотника $k'_{з1} = \mu_{з1}\pi d_{з} k_{п}\sqrt{\frac{2}{\rho}}$ и $k'_{з2} = \mu_{з2}\pi d_{з} k_{п}\sqrt{\frac{2}{\rho}}$.

Математическая модель, описанная выше, учитывает силы трения, сжимаемость жидкости, но не учитывает инерцию рабочей жидкости, а гидравлическое сопротивление каналов учтено в коэффициенте расхода золотника (удельные проводимости окон). Также не учтен приведенный момент инерции звеньев механизма и его изменение.

В диссертации Е.М. Щеглова “Снижение динамических нагрузок в гидроприводе лесопогрузчика” предлагается следующая модель гидравлического привода, которая является системой дифференциальных нелинейных уравнений второго порядка с учетом функционирования демпферного устройства:

$$\frac{dx_k}{dt} = V_k$$

$$\frac{dV_k}{dt} = \frac{F_R - A_R \cdot \frac{\left(B_R \cdot x_R\sqrt{p_1 - p}\right)^2}{x_R} - k_{\mu R} \cdot \frac{dx_R}{dt} - C_R \cdot x_R}{m_K}$$

$$\frac{dx}{dt} = V$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{p \cdot S_1 - F_f - F_p - F_g}{m_g + m_h}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\left(B_R \cdot x_R\sqrt{p_1 - p}\right) - Q_2 - \left(B_D \cdot x_D\sqrt{p - p_2}\right) - S_1 \cdot \frac{dx}{dt}}{\left(W_S + S \cdot x\right) \cdot \left(V_H \cdot E_G \cdot \left[1 - \frac{p_1 - p_3}{E}\right] + V_G \cdot E_H \cdot \left[\frac{p_3}{p_1}\right]^{\frac{1}{k}}\right)} \cdot k_V \cdot E_H \cdot E_G$$

$$\frac{dx_D}{dt} = V_D$$

$$\frac{dV_D}{dt} = \frac{(p - p_2) \cdot S_D - A_D \cdot \frac{\left(B_D \cdot x_D\sqrt{p - p_2}\right)^2}{x_D} - k_{\mu D} \cdot \frac{dx_D}{dt} - C_D \cdot x_D}{m_D}$$

где V, V_R, V_D - скорости штока гидроцилиндра, золотника распределителя и запорного элемента демпфера.

Данная модель учитывает силы трения, сжимаемость жидкости, потери давления в напорной и сливной магистрали, приведенный момент инерции звеньев механизма, но не учитывает инерцию рабочей жидкости и изменение приведенного момента инерции звеньев. Математическая модель лесопогрузчика, приведенная выше, описывает только подъем стрелы на первом этапе, когда поворотное основание неподвижно.