

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИНТЕЗА МНОЖЕСТВА
ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПЛАНОВ ОБУЧЕНИЯ И ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОГО В
СИСТЕМЕ ЗАЧЁТНЫХ ЕДИНИЦ**

Макаренко Е.А.

Научный руководитель – доцент Якунин Ю.Ю.

Сибирский федеральный университет

Компетентностный подход в системе высшего образования предполагает, что студенты вузов по окончании обучения должны обладать набором компетенций по соответствующим специальностям и направлениям подготовки. Компетенции осваиваются в течении обучения студентов в вузе при изучении соответствующих данному учебному плану дисциплин. В соответствии с ГОС ВПО третьего поколения для каждой специальности 70% дисциплин обязательны к изучению и 30% дисциплин изучаются по выбору. Следовательно, у студентов существует определённая возможность выбирать требуемые дисциплины из учебного плана для освоения интересующих его компетенций. Однако выбор определённого оптимального множества дисциплин, кроме того, находящихся во взаимосвязи друг с другом, существенно затруднён. В свою очередь, существует взаимосвязь между дисциплинами и компетенциями, которая определена в основной образовательной программе (ООП) для каждой специальности (в соответствии с ГОС ВПО 3).

Поскольку установление взаимосвязи дисциплин с компетенциями и выбор соответствующего перечня дисциплин, развивающих ту или иную компетенцию, для студента является практически неразрешимой задачей, то предлагается выполнять выбор наиболее важных для него компетенций и их ранжирование R_c . В соответствии с этим ранжированием определяется «траектория обучения», представляющая собой набор дисциплин с указанием последовательности их изучения. Очевидно, что траекторий обучения может быть несколько, но необходимо выбрать только ту, которая больше соответствует определённому студентом ранжированию.

Компетентностный подход предполагает, что студенту в определении траектории его обучения будет помогать тьютор. Именно он должен подобрать набор дисциплин и последовательность их изучения в соответствии с пожеланиями студента. Для упрощения работы тьютора предполагается использование системы поддержки принятия решений, которая будет синтезировать варианты траекторий обучения студентов и предлагать оптимальный в заданных критериях и ограничениях вариант.

В настоящее время существуют отдельные перечни компетенций, относящиеся к той или иной образовательной программе, которыми должен обладать выпускник после обучения по соответствующей специальности. Единый перечень компетенций для всех существующих образовательных программ отсутствует. Для формирования такого перечня на уровнях вузов и факультетов предлагается использовать дерево, иерархически упорядоченное на множестве компетенций. Определим верхний уровень и назовем его «компетенции», который в соответствии с ГОС ВПО 3 разделяется на общекультурные и профессиональные компетенции, а они в свою очередь разделяются на другие компетенции нижнего уровня и т.д.

Введем некоторые обозначения для общего дерева компетенций $T(X, E)$, где X – множество вершин компетенций $x \in X$, E – множество ребер, $n = |X|$ – общее количество компетенций (мощность множества X). Родительскую вершину определим так:

$$X^P = \Gamma^{-1}x_i = (x_1, x_2, \dots, x_m),$$

где $m = |x^P|$ – число потомков вершины-родителя x_i – i -ый потомок родительской вершины X^P ,

Каждый элемент множества вершин определяется следующим образом: $x_i = (name, y_i, x_i)$, где $name$ – наименование i -ой компетенции, $y_i = [0, 1]$ – уровень владения компетенцией (насколько та или иная компетенция освоена), причем существуют нижний $y_{i,min}$ и верхний $y_{i,max}$ пороги уровня владения, α_i – параметр, определяющий вклад дочерней компетенции x_i в родительскую компетенцию, при этом

$$\sum \alpha_i = 1$$

для родительской компетенции:

В общее дерево компетенций $T(X, E)$, войдут все существующие компетенции и оно будет сформировано так, что компетенции, которые указаны в ООП по специальностям, располагаются на нижнем уровне этого дерева.

Понятно, что для разных специальностей, определенных в соответствии с общероссийским классификатором специальностей по образованию (ОКСО), набор компетенций и уровень владения ими, что определено в ООП для специальностей, разные. Поэтому, для каждой k -ой специальности определим дерево компетенций:

$$T^k(X, E), k = \overline{1, s}$$

Дерево T^k является равноценным общему дереву: $T \rightarrow \{T^1, T^2, \dots, T^k, \dots, T^s\}$. Отметим, что сформированные таким образом деревья будут различаться предельными значениями уровней владения компетенциями, то есть значениями $y_{i,min}$ и $y_{i,max}$.

Если компетенция не указана в ООП по k -специальности, то уровень ее владения в дереве T^k будет равен 0. Предположим, что для компетенций, которые указаны в ООП по специальности, минимум - $y_{i,min}$ будет задаваться или в ООП по специальности государственными образовательными стандартами, или в каждом вузе своими местными стандартами или регламентами. При определении максимума $y_{i,max}$ необходимо рассмотреть два случая:

1) в ООП по специальности задан максимум уровня владения для каждой компетенции (государственными образовательными стандартами, или в каждом вузе своими местными стандартами или регламентами);

2) в ООП по специальности не задан максимум уровня владения для каждой компетенции.

Рассмотрим определение максимума уровня владения для второго случая. Так как максимум уровня владения не задан, принимаем истинным тот факт, что $y_{i,max}$ для всех компетенций, указанных для каждой k -ой специальности (то есть, для компетенций, не имеющих потомков), будет равен 1 только потому, что с такой величиной будет проще работать для общего случая. После того как будет разработан алгоритм, его легко будет адаптировать под первый случай, когда для каждой компетенции указан максимум уровня владения.

Максимум уровня владения для родительской компетенции можно представить как среднее значение максимумов уровня владения всех дочерних компетенций. Таким образом, формула для расчета $y_{i,max}$ будет выглядеть следующим образом:

$$y_{i,max}^k(P, k) = (\sum_{x^p} y_{i,max}^k) / m,$$

где $y_{max}^{P,k}$ – максимум уровня владения для родительской вершинной x^P специальности k ; $m = |x^P|$ – число потомков вершины-родителя x ; y_{max}^k – максимум уровня владения для дочерних вершин x_i .

В ООП специальности и в учебных программах дисциплин определены взаимосвязи между дисциплинами, т.е. указано для каждой дисциплины список обязательных курсов, которые должны быть изучены ранее. Таким образом, для каждой ОПП составим матрицу отношений $B_k(D_k, D_k)$, отражающую связи между дисциплинами. Где B_k – матрица отношений между дисциплинами для k -ой специальности, $D_k = (d_1, d_2, \dots, d_v)$ – множество дисциплин для этой же специальности.

Также в ООП специальности указаны дисциплины обязательные к изучению и дисциплины по выбору, которые и позволяют формировать разные траектории обучения. Для каждой траектории на основе матрицы отношений дисциплин ООП формируются индивидуальные матрицы отношений $B_{k,i}(D_k, D_k)$, отражающие связи между дисциплинами, которые вошли в i – траекторию.

Матрицы $B_{k,i}$ и B_k формируются с целью проверки, удовлетворяет ли первая из них ограничениям по последовательности изучения дисциплин, которые отображены во второй.

Помимо того, что траектория должна удовлетворять ограничениям матрицы B_k , она должна дать возможность освоить компетенции в соответствии с ранжированием студента, отражающем приоритеты освоения компетенций. Поэтому, необходимо рассчитать уровни освоения компетенций для каждой из составленных траекторий.

Определим матрицу отношений $A(X,D)$ для множеств дисциплин D и компетенций X :

$$A(X, D) = \begin{pmatrix} a_{11}, \dots, a_{1n} \\ a_{21}, \dots, a_{2n} \\ \dots \\ a_{m1}, \dots, a_{mn} \end{pmatrix}$$

где $a_{ij} = \{0,1\}$, a_{ij} равно 1, если i -ая компетенция осваивается в результате изучения j -ой дисциплины, и равно 0 в противном случае.

В соответствие с полученной матрицей, можно определить вклад каждой дисциплины в компетенцию, которая осваивается в результате изучения этих дисциплин. Будем считать, что каждая дисциплина, в результате изучения которой осваивается данная компетенция, вносит одинаковый вклад. Величину этого вклада можно определить по следующей формуле:

$$y_{no(D)}^k = \frac{1}{\sum_j a_{ij}}$$

Запишем формулу для вычисления максимума уровня владения компетенциями для некоторого g -го набора дисциплин для k -ой специальности:

$$y_{\max}^{k,g} = \sum y_{no(D)}^k$$

где $y_{\max}^{k,g}$ - максимум уровня владения компетенцией в результате изучения g -го набора дисциплин для k -ой специальности.

Таким образом, для каждой компетенции по каждому набору дисциплин будет рассчитан вес, который представляют собой максимум уровня владения $y_{\max}^{k,g}$. Необходимо определить какой из наборов дисциплин наиболее подходит студенту. Для этого в соответствии с этим весом каждой компетенции будет поставлен в соответствие ранг – большему весу соответствует ранг 1, более меньшему весу – 2 и т.д. С одной стороны у нас есть ранжированное множество компетенций R_c , с другой – ранжированное множество компетенций R_l , где $l = \{1, s\}$, s -число разных наборов дисциплин для каждого набора дисциплин, с учетом весов для каждой компетенции. Таким образом, для нахождения оптимальной траектории обучения необходимо найти такой набор дисциплин R_{opt} , при котором R_c и R_{opt} будут максимально близки.

Для сравнения R_c и R_l необходимо определить меру близости между двумя ранжированными последовательностями компетенций.

Можно рассмотреть два варианта с метризованными и неметризованными отношениями. Во втором случае теснота связи между ранжированными рядами устанавливается с помощью рангового коэффициента корреляции. В анализе

применяются два коэффициента Спирмена и Кендалла. Чаще всего применяется коэффициент Спирмена поэтому рассмотрим только его.

Коэффициент корреляции рангов Спирмена, относится к непараметрическим показателям связи между переменными, измеренными в ранговой шкале. При расчете этого коэффициента не требуется никаких предположений о характере распределений признаков в генеральной совокупности. Этот коэффициент определяет степень тесноты связи порядковых признаков, которые в этом случае представляют собой ранги сравниваемых величин.

Величина коэффициента корреляции Спирмена лежит в интервале от +1 до -1.

В случае несвязанных рангов, т.е. когда нет повторяющихся рангов и мы имеем строгое упорядочивание, ранговый коэффициент корреляции Спирмена для определения близости между ранжированными последовательностями R_c и R_l рассчитывается по формуле:

$$P_l = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^n (d_{li}^2)}{n \cdot (n^2 - 1)},$$

где n - количество ранжируемых признаков (в нашем случае компетенций); d_{li} - разность между рангами по двум ранжированным наборам R_c и R_l для каждой компетенции x_i , которая вычисляется по следующей формуле:

$$d_{li} = r_{ci} - r_{li}.$$

При наличии одинаковых рангов образуются связанные ранги, т. е. одинаковые средние номера. В таком случае формула расчета коэффициента линейной корреляции Спирмена будет несколько иной. В формулу (8) вычисления коэффициентов корреляции добавляются два новых члена, учитывающие одинаковые ранги. Они называются поправками на одинаковые ранги и добавляются в числитель расчетной формулы.

$$P_l = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^n (d_{li}^2) + D_c + D_l}{n \cdot (n^2 - 1)},$$

где $D_c = \frac{1}{12} \sum_j k_{cj}^3 - k_{cj}$, а $D_l = \frac{1}{12} \sum_h k_{lh}^3 - k_{lh}$. Здесь j - номера связок по порядку для последовательности ранжированной студентом; k_{cj} - число одинаковых рангов в j -й связке для последовательности ранжированной студентом; h - номера связок по порядку для последовательности ранжированной программно; k_{lh} - число одинаковых рангов в h -й связке для последовательности ранжированной программно.

Возможные значения коэффициента изменяются от -1 до $+1$. Из формулы нетрудно понять, что $P_l = 1$, в тех случаях, когда ранжировки совпадают, т.е. $R_c = R_l$,

для всех l . Значение $P_l = -1$ получается, если ранжировки имеют противоположный порядок.

Таким образом, была описана математическая модель выбора траектории обучения. По данной модели может быть создана система поддержки принятия решений, которая поможет тьютору составлять более обоснованные индивидуальные планы обучения.