УДК 330.42

АДАПТАЦИЯ МОДЕЛЕЙ ДУОПОЛИИ ДЛЯ ВЫБОРА СТРАТЕГИИ ОРГАНИЗАЦИИ

Нечаев Ю.В.
Научный руководитель – профессор Васин Л.А.

Тульский государственный университет

Модели олигополии создаются для исследования процессов принятия стратегических решений и прогнозирования результатов взаимодействия производителей (продавцов) на рынке. Модели, в которых эндогенными переменными являются объемы выпуска продукции, называют моделями количественной олигополии. Во всех моделях предполагается рациональное поведение участников, стремящихся максимизировать свою прибыль. Модели, в которых анализируется деятельность только двух участников рынка в условиях олигополии, называют моделями дуополии. Модели дуополии можно применять для выбора стратегии, если на деятельность данной организации существенно влияет только один конкурент.

Традиционно в этих моделях рассматриваются участники, имеющие одинаковые предельные издержки, а постоянные издержки не учитываются. Для практического применения моделей при выборе стратегии необходимо выполнить их сравнительный анализ для участников с неравными условиями по издержкам. Далее рассматриваются классические модели Курно, Чемберлина, Штакельберга, в которых участники дуополии имеют неравные предельные и постоянные издержки.

Модели базируются на следующих предпосылках [1, с. 168].

Участники производят (продают) однородный продукт. Под этим понимается один вид продукции или много видов при постоянной структуре.

Рыночный спрос описывается линейной функцией:

$$p = a - b \cdot Q \ , \tag{1}$$

где p - цена продукта; a - верхняя граница цены, a/b - потенциальный спрос; Q - реальный спрос.

При равновесии рынка спрос Q равен совокупному предложению участников:

$$Q = q_1 + q_2 , \tag{2}$$

где q_1, q_2 - выпуск (объем продаж в натуральном выражении) первого и второго участников.

Участники имеют линейные функции издержек:

$$Z_i = v_i \cdot q_i - C_i ; \qquad i = 1,2 . \tag{3}$$

где Z_i - полные издержки; v_i - предельные издержки; C_i - постоянные издержки.

Первый участник является лидером по издержкам:

$$v_1 < v_2 < a ; \quad C_1 < C_2 . \tag{4}$$

Выручка (доход от реализации продукции) участников составляет:

$$R_i = p \cdot q_i = (a - b \cdot q_1 - b \cdot q_2) \cdot q_i ; \quad i = 1,2 . \qquad . \tag{5}$$

Прибыли участников определяются как разности между выручкой и издержками:

$$\pi_1 = (a - b \cdot q_1 - b \cdot q_2) \cdot q_1 - v_1 \cdot q_1 - C_1 ; \tag{6}$$

$$\pi_2 = (a - b \cdot q_1 - b \cdot q_2) \cdot q_2 - v_2 \cdot q_2 - C_2 . \tag{7}$$

Необходимые условия максимума прибыли участников:

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = a - v_1 - 2b \cdot q_1 - b \cdot q_2 - b \cdot q_1 \cdot \frac{dq_2}{dq_1} = 0; \tag{8}$$

$$\frac{d\pi_2}{dq_2} = a - v_2 - b \cdot q_1 - 2b \cdot q_2 - b \cdot q_2 \cdot \frac{dq_1}{dq_2} = 0, \tag{9}$$

где $\frac{dq_1}{dq_2} = const$, $\frac{dq_2}{dq_1} = const$ - предполагаемые вариации.

В моделях приняты допущения:

$$\left|\frac{dq_2}{dq_1}\right| < 1, \quad \left|\frac{dq_1}{dq_2}\right| < 1. \tag{10}$$

Достаточные условия максимума прибыли участников:

$$\frac{d^2\pi_1}{dq_1^2} = -2b \cdot \left(1 + \frac{dq_2}{dq_1}\right) < 0; \quad \frac{d^2\pi_2}{dq_2^2} = -2b \cdot \left(1 + \frac{dq_1}{dq_2}\right) < 0. \tag{11}$$

Решение системы уравнений (8) – (9) дает оптимальные выпуски, при которых прибыль участников максимальна.

Модель Курно [2, с.189] описывает количественную дуополию с нулевыми предполагаемыми вариациями:

$$\frac{dq_1}{dq_2} = 0, \quad \frac{dq_2}{dq_1} = 0. \tag{12}$$

В этой модели каждый участник принимает решение об уровне выпуска, не делая предположений о возможной реакции конкурента и решая задачу на максимум своей прибыли при данной величине выпуска конкурента. Решение системы уравнений (8), (9) с учетом (12) дает оптимальные выпуски:

$$q_1 = \frac{a - 2v_1 + v_2}{3b}; \quad q_2 = \frac{a + v_1 - 2v_2}{3b}. \tag{13}$$

Подстановка (13) в (6) и (7) дает прибыль участников:

$$\pi_1^{\hat{E}} = \frac{(a - 2v_1 + v_2)^2}{9b} - C_1; \tag{14}$$

$$\pi_2^{\hat{E}} = \frac{(a + v_1 - 2v_2)^2}{9b} - C_2. \tag{15}$$

Модель Чемберлина [1, с. 172] при неравных издержках участников целесообразно рассмотреть в двух вариантах.

В первом варианте первый участник начинает действовать как монополист, т.е. максимизирует свою прибыль при условии

$$q_2 = 0. \tag{16}$$

Подставляя (16) в (6), находим функцию прибыли первого участника:

$$\pi_1 = (a - v_1 - b \cdot q_1) \cdot q_1 - C_1. \tag{17}$$

Решение задачи на максимум прибыли дает выпуск первого участника:

$$q_1 = \frac{a - v_1}{2b}. \tag{18}$$

Второй участник максимизирует свою прибыль с учетом действий первого участника. Подставляя (18) в (7), находим прибыль второго участника:

$$\pi_2 = \left(\frac{a + v_1 - 2v_2}{2} - b \cdot q_2 \right) \cdot q_2 - C_2 . \qquad (19)$$

Решение задачи на максимум прибыли дает выпуск второго участника:

$$q_2 = \frac{a + v_1 - 2v_2}{4b} . \qquad (20)$$

Первый участник снижает свой выпуск (18) на величину выпуска конкурента (20) для повышения равновесной рыночной цены:

$$q_1 = \frac{a - 3v_1 + 2v_2}{4b} . \qquad (21)$$

Подставляя (21) и (22) в (6) и (7), находим прибыль участников в первом варианте:

$$\pi_1^{\times -1} = \frac{(a - v_1) \cdot (a - 3v_1 + 2v_2)}{8b} - C_1 ; \qquad (22)$$

$$\pi_2^{\times -1} = \frac{(a + v_1 - 2v_2)^2}{8b} - C_2 . \qquad (23)$$

Во втором варианте первый и второй участники меняются ролями.

Прибыль участников во втором варианте составляет:

$$\pi_1^{\times -2} = \frac{(a - 2v_1 + v_2)^2}{8b} - C_1 ; \qquad (24)$$

$$\pi_2^{\times -2} = \frac{(a - v_2) \cdot (a + 2v_1 - 3v_2)}{8b} - C_1 . \qquad (25)$$

Модель Штакельберга [2, с. 190] предусматривает два варианта стратегического взаимодействия участников: 1) как лидера и последователя; 2) как конкурентов, стремящихся к лидерству. Несмотря на различные позиции участников по издержкам наиболее вероятной является ситуация борьбы за лидерство, когда каждый участник считает себя лидером, а конкурента – последователем (второй вариант модели). В этом случае предполагаемые вариации равны

$$\frac{dq_2}{dq_1} = -\frac{1}{2} ; \qquad \frac{dq_1}{dq_2} = -\frac{1}{2} . \qquad (26)$$

Необходимые и достаточные условия максимума прибыли:

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = a - v_1 - \frac{3}{2} b \cdot q_1 - b \cdot q_2 = 0 ; \qquad (27)$$

$$\frac{d\pi_2}{dq_2} = a - v_2 - b \cdot q_1 - \frac{3}{2} b \cdot q_2 = 0 ; \qquad (28)$$

$$\frac{d^2\pi_1}{dq_1^2} = -b < 0 ; \quad \frac{d^2\pi_2}{dq_2^2} = -b < 0 . \qquad (29)$$

Решение системы уравнений (27) – (28) дает оптимальные выпуски:

$$q_1 = \frac{2(a - 3v_1 + 2v_2)}{5b} ; \qquad q_2 = \frac{2(a + 2v_1 - 3v_2)}{5b} . \qquad (30)$$

Подставляя (30) в (6) и (7), находим прибыль участников:

$$\pi_1^{\varnothing} = \frac{2(a - 3v_1 + 2v_2)^2}{25b} - C_1 ; \qquad (31)$$

$$\pi_2^{\text{Ø}} = \frac{2\left(a + 2v_1 - 3v_2\right)^2}{25b} - C_2 . \qquad (32)$$

Для сравнения прибыли, получаемой участниками в различных моделях, преобразуем выражения для прибыли с помощью следующих относительных величин:

$$\delta_1 = \frac{a - v_1}{a}; \quad \delta_2 = \frac{a - v_2}{a} . \qquad (33)$$

Подставляя (33) в (14), (15), (22) - (25), (31), (32), получаем следующие выражения для прибыли участников в различных моделях:

$$\pi_1^{\hat{E}} = \frac{a^2}{b} \cdot \frac{\left(2\delta_1 - \delta_2\right)^2}{9} - C_1; \qquad \pi_2^{\hat{E}} = \frac{a^2}{b} \cdot \frac{\left(2\delta_2 - \delta_1\right)^2}{9} - C_2; \qquad (34)$$

$$\pi_1^{\times -1} = \frac{a^2}{b} \cdot \frac{\delta_1 \cdot \left(3\delta_1 - 2\delta_2\right)}{8} - C_1; \quad \pi_2^{\times -1} = \frac{a^2}{b} \cdot \frac{\left(2\delta_2 - \delta_1\right)^2}{8} - C_2; \qquad (35)$$

$$\pi_1^{\times -2} = \frac{a^2}{b} \cdot \frac{\left(2\delta_1 - \delta_2\right)^2}{8} - C_1; \qquad \pi_2^{\times -2} = \frac{a^2}{b} \cdot \frac{\delta_2 \cdot \left(3\delta_2 - 2\delta_1\right)^2}{8} - C_2; \qquad (36)$$

$$\pi_1^{\text{Ø}} = \frac{a^2}{b} \cdot \frac{2\left(3\delta_1 - 2\delta_2\right)^2}{25} - C_1; \quad \pi_2^{\text{Ø}} = \frac{a^2}{b} \cdot \frac{2\left(3\delta_2 - 2\delta_1\right)^2}{25} - C_2 . \qquad (37)$$

Сравнение выражений (34) – (37) показало следующее.

Во всех моделях прибыль первого участника (лидера по издержкам) выше прибыли второго участника.

При условии

$$\delta = \frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{a - v_2}{a - v_1} > 0{,}8 \qquad (38)$$

имеют место следующие неравенства:

$$\pi_1^{\times -2} > \pi_1^{\times -1} > \pi_1^{\hat{E}} > \pi_1^{\text{Ø}} ; \qquad (39)$$

$$\pi_2^{\times -1} > \pi_2^{\times -2} > \pi_2^{\hat{E}} > \pi_2^{\text{Ø}} . \qquad (40)$$

Условие (38) охватывает часто встречающиеся на практике случаи, когда предельные издержки не превышают 40% верней границы цены, а различие между участниками по предельным издержкам не превышает 50%.

Из (39) и (40) следует, что для обоих участников наиболее привлекательной является модель Чемберлина. При этом каждому участнику выгодно занимать выжидательную позицию, т.е. для первого участника предпочтительным является второй вариант модели, а для второго участника – первый вариант. Модель Чемберлина является моделью кооперативной дуополии, т.е. предполагает согласованные действия участников. Участники могут по взаимной договоренности реализовать один из вариантов модели. Во многих случаях различие между вариантами по размеру прибыли, получаемой участниками, составляет 3 – 5 %. Учитывая оценочный, прогнозный характер расчетов, можно считать оба варианта равноценными.

В ситуациях, когда участники не обладают достаточной информацией о возможном поведении друг друга и не имеют возможности устранить эту неопределенность, им следует выбирать стратегии в соответствии с моделью Курно. При этом каждый участник выбирает уровень выпуска, который обеспечивает максимум прибыли при данном уровне выпуска конкурента. Рациональное поведение обоих участников приводит их в точку равновесия, и они получают прибыль в размере, определяемом формулами (14), (15).

Литература

1. Грачева М.В. Моделирование экономических процессов: учебник для вузов / М.В. Грачева и др.; под ред. М.В. Грачевой и др. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 351 с.

2. Колемаев В.А. Математическая экономика: учебник для вузов / В.А. Колемаев. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 399 с.