УДК 519.145

ПОЛУПОЛЕВЫЕ ПЛОСКОСТИ НЕЧЕТНОГО ПОРЯДКА С МАКСИМАЛЬНЫМ СРЕДНИМ ЯДРОМ

Колычева Ю.В.

Научный руководитель – доцент Кравцова О.В.

Сибирский федеральный университет

Алгебраическая система $\langle W,+,\cdot\rangle$ называется *полуполем*, если:

1) $\langle W,+\rangle -$ абелева группа,
2) $\langle W^*,\cdot\rangle -$ лупа,
3) $\forall\, a,b,c \in W$: $(a+b)c = ac+bc,\ a(b+c) = ab+ac$;
4) $0 \cdot a = 0\ \ \forall a \in W$;
5) уравнение $ax = bx + c$ однозначно разрешимо $\forall\, a,b,c \in W, a \neq b$.

В общем случае в полуполе ассоциативность умножения не выполнена. Множества W_r, W_m, W_l, для которых выполняются условия:

$$\forall x \in W_r\ \ \forall\, a,b \in W\ \ (ab)x = a(bx),$$

$$\forall x \in W_m\ \ \forall\, a,b \in W\ \ (ax)b = a(xb),$$

$$\forall x \in W_l\ \ \forall\, a,b \in W\ \ (xa)b = x(ab)$$

соответственно, называются правым, средним и левым ядрами полуполя W.

Пусть $W -$ линейное пространство размерности 2 над конечным полем порядка $p^2, p -$ простое нечетное число, $V = W \oplus W$, $R = \{\theta(w_1,w_2) |\ (w_1,w_2) \in W\} -$ множество $2 \times 2 -$ матриц над $GF(p^2)$, причем множество R замкнуто по сложению, содержит нулевую и единичную матрицы и все ненулевые матрицы – невырожденные.

Определим на множестве W операцию умножения следующим образом:

$$\forall u = (u_1,u_2), v = (v_1,v_2) \in W\ \ u * v = (u_1,u_2)\cdot\theta(v_1,v_2).$$

Тогда, $\langle W,+,\cdot\rangle$ является полуполем.

Рассмотрим проективную плоскость π, координатизируемую полуполем W (она называется полуполевой). Множество матриц R называется регулярным множеством плоскости π. Группа всех автоморфизмов плоскости π содержит подгруппы, изоморфные W_r^*, W_m^*, W_l^*. Целью данной работы является построение матричного представления регулярного множества полуполевой плоскости ранга 2 над полем порядка p^2, в случае, когда среднее ядро W_m имеет порядок p^2, максимальный, если W не является полем. Основным результатом является

Теорема. Пусть $\pi -$ собственно полуполевая плоскость ранга 2 над полем $GF(q), q = p^2$, среднее ядро которой имеет порядок p^2. Тогда плоскость может быть записана в виде:

$$\pi = \{(x_1,x_2,y_1,y_2) | x_i, y_i \in GF(q), i = 1{,}2\},$$

с компонентами расщепления:

$$x = 0,$$

$$y = x\theta(u, v), \qquad u, v \in GF(q),$$

где

$$\theta(u, v) = \begin{pmatrix} u & v \\ b_1 v^p & u^p + d_1 v^p \end{pmatrix}.$$

Среднее ядро плоскости π состоит из матриц вида:

$$\theta(u, 0) = \begin{pmatrix} u & 0 \\ 0 & u^p \end{pmatrix}, u \in GF(q).$$

Для иллюстрации полученного результата построены примеры полуполевых плоскостей над полем $GF(9)$. Получено 30 наборов параметров b, d, то есть 30 полуполевых плоскостей со средним ядром порядка 9.