УДК 621.396.96.001(07)

РЕШЕНИЕ ТЕРМИНАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рыжиков И.С.
Научный руководитель – д.т.н. Семёнкин Е.С.

Сибирский Государственный Аэрокосмический Университет

В данной работе рассматривается один из методов решения задачи управления нелинейным динамическим объектом. Имеем объект, заданный нелинейным дифференциальным уравнением:

$$\frac{dx}{dt} = f(x,u) \tag{1}$$

Необходимо найти такую функцию управления $u(t)$, что за конечное время T система (1) перейдет из начального состояния $x(0) = x^0$ в конечное $x(T) = x^T$.

Поскольку для линейной динамической системы решение задачи оптимального управления может быть найдено методом моментов, которое при функционалах определенного вида представляет собой идеальное реле, то, допустим, что терминальная задача для нелинейной системы может быть решена при функции управления аналогичного типа.

Таким образом, для решения задачи необходимо найти функцию вида

$$u(t) = \begin{cases} -A, & t \in I_1 \\ A, & t \in I_2 \end{cases}, \tag{2}$$

где

I_1, I_2 - множества интервалов, определенных точками переключения, такие что $I_1 \cup I_2 = [0, T]$,

A - амплитуда реле.

Пусть $R = \left\{ r_i : r_i < r_{i+1}, r_i \in R^+ \ \forall i = \overline{1,k},\ r_0 = 0 \right\}$ - множество всех точек переключений, тогда, при известном значении функции управления в момент времени определим множества интервалов I_1, I_2. Если $u(0) < 0$, то $I_1 = \left\{ (r_{2\cdot i-2}, r_{2\cdot i-1}],\ 2\cdot i - 1 < card(R), i \in \mathrm{N} \right\}$ и $I_2 = \left\{ (r_{2\cdot i-1}, r_{2\cdot i}],\ 2\cdot i < card(R), i \in \mathrm{N} \right\}$, а при $u(0) > 0$: $I_1 = \left\{ (r_{2\cdot i-1}, r_{2\cdot i}],\ 2\cdot i < card(R), i \in \mathrm{N} \right\}$ и $I_2 = \left\{ (r_{2\cdot i-2}, r_{2\cdot i-1}],\ 2\cdot i - 1 < card(R), i \in \mathrm{N} \right\}$.

Таким образом, задачу поиска можно сформулировать следующим образом

$$F(R, A) = \left\| x^T - x(T)\big|_{A=A^*,\, R=R^*} \right\| \to \min_{A^*, R^*}, \tag{3}$$

при ограничениях

$$r_i < r_{i+1}, r_i \in R^+ \ \forall i = \overline{1,k}. \tag{4}$$

Задачу (3) при ограничениях (4) можно решить с помощью гибридного модифицированного метода эволюционных стратегий, при заранее фиксированном числе переключений k. От ограничений типа (4) можно уйти, распределив каждый ген, кроме первого – который будет отвечать за амплитуду, начальной популяции на интервале $[0, R']$, где R' - любое положительное вещественное число и изменив операцию мутации

$$op_{i,j} = \left| op_{i,j} + T_{i,j} \cdot \mathrm{N}(0, sp_{i,j}) \right|,$$
$$sp_i = sp_i + T \cdot \mathrm{N}(0,1),$$

где

$i = \overline{1,N}$ - номер индивида в популяции;

$j = \overline{2,n}$, n - размерность признакового пространства.

Таким образом, случайный поиск будет осуществляться только среди положительных чисел – для точек переключения, на всей числовой прямой – для амплитуды. Для разрешения неравенства $r_i < r_{i+1}$, представим каждого индивида следующим образом: $op_{i,1}$ - амплитуда реле, $r_i = \sum_{j=1}^{i} op_{i,j+1}, i = \overline{1,k}$ - точки переключения.

В итоге, управление будет определено по решению задачи на безусловный экстремум (3). Таким образом, в качестве решения мы получим функцию управления с числом точек переключения меньшим, либо равным k.

Пример. Приведем пример решения двухточечной краевой задачи для системы

$$x' + 2 \cdot \sin(x) = u(t), \ x(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \ x(T) = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \ T = 5. \tag{5}$$

Пусть $k = 10$. Для 100 индивидов и 50 популяций работы модифицированного алгоритма эволюционных стратегий с локальным спуском: для 10 случайно выбранных индивидов выполняется покоординатный спуск для 5 случайно выбранных генов – 5 шагов величиной 0.05. Настройки алгоритма: турнирная селекция (размер турнира – 10), дискретное скрещивание. Далее перечисленные настройки алгоритма не менялись. Нелинейное уравнение решалось методом Рунге-Кутты 4-ого порядка точности.

Траектории системы и найденное управление представлены на рисунке 1. Конечное состояние системы - $x(T) = \begin{pmatrix} \text{-2.9978} \\ \text{-0.0016795} \end{pmatrix}$.

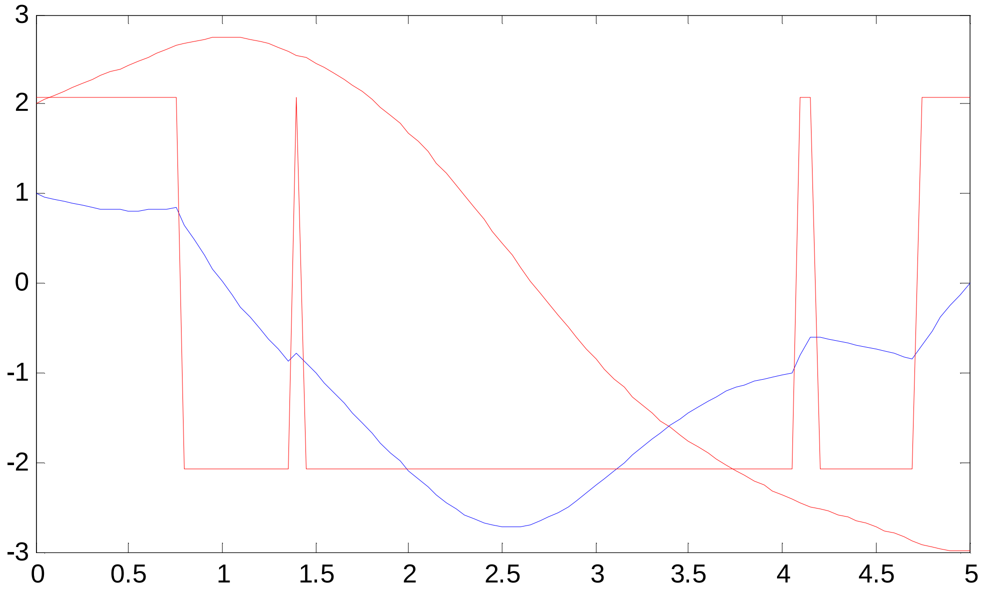

Рисунок 1. Траектории системы и найденное управление.