УДК 519.85

О ЗАДАЧЕ РАЗМЕЩЕНИЯ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЪЕКТОВ

Кочанова Ю.С.
Научный руководитель – к. ф.-м. н., доцент Семенова Д.В.

Сибирский федеральный университет

Задачи размещения и распределения объектов часто возникают на практике и издавна привлекают внимание специалистов. Впервые одну из таких задач поставил Ферма в XVII веке. Она заключалась в поиске такой точки на плоскости, сумма расстояний от которой до трех заданных точек была минимальна.

В самой общей постановке задача размещения-распределения объектов состоит в определении числа новых объектов и координат их размещения, а также в распределении перевозок между новыми и существующими объектами. В работе решение задачи размещения-распределения объектов предполагает определение координат размещения новых объектов таким образом, чтобы стоимость транспортировки от объектов к потребителям была минимальной. В работе рассматривается постановка транспортной задачи, квадратичной задачи о назначениях, задачи Штейнера-Вебера, приведены способы их решения. Наиболее подробно рассмотрена задача о размещении и распределении объектов с точки зрения неопределенного программирования.

При формировании модели размещения-распределения объектов будем использовать следующие индексы, параметры, переменные: $i = 1, 2, ..., n$: объекты; $j = 1, 2, ..., m$: потребители; (a_j, b_j) : координаты размещения *j*-го потребителя; ξ_j : случайный спрос *j*-го потребителя; s_i : производительность *i*-го объекта, $1 \le i \le n$; (x_i, y_i) : варьируемые переменные, представляющие координаты размещения *i*-го объекта; z_{ij} : объем поставок от объекта *i* потребителю *j* после того, как величины случайного спроса ξ_j приняли конкретные значения.

Предположим, что вектор спроса $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ определен на вероятностном пространстве $(\mathbf{\Omega}, \mathcal{A}, \mathbf{P})$. Для каждого $\omega \in \Omega$ вектор $\xi(\omega)$ является реализацией случайного вектора ξ. Обозначим допустимое множество размещений объектов как

$$Z(\omega) = \begin{cases} z_{ij} \ge 0, & i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}, \\ \sum_{i=1}^{n} z_{ij} = \xi_j(\omega), & j = \overline{1,m}, \\ \sum_{j=1}^{m} z_{ij} \le s_i, & i = \overline{1,n}. \end{cases} \tag{1}$$

Требуется минимизировать стоимость, то есть

$$C(x, y) = \min_{z \in Z(\omega)} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} z_{ij} \sqrt{(x_i - a_i)^2 + (y_i - b_i)^2}. \tag{2}$$

Задача (2) с ограничениями вида (1) решается методом неопределенного программирования.

Следует заметить, что эта модель отличается от традиционных моделей стохастического программирования наличием в ней подзадачи вида:

$$\begin{cases} \min\limits_{z \in Z(\omega)} \sum\limits_{i=1}^{n} \sum\limits_{j=1}^{m} z_{ij} \sqrt{(x_i - a_i)^2 + (y_i - b_i)^2}, \\ \sum\limits_{i=1}^{n} z_{ij} = \xi_j(\omega), \quad j = \overline{1, m}, \\ \sum\limits_{j=1}^{m} z_{ij} \le s_i, \quad i = \overline{1, n}, \\ z_{ij} \ge 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь параметры x_i , y_i и $\xi_j(\omega)$ являются фиксированными действительными числами при $i = \overline{1, n}$, , $j = \overline{1, m}$, чтобы минимизировать ожидаемую стоимость транспортировки, была предложена следующая EVM-модель.

1. Моделируем вектор спроса в зависимости от распределения.
2. Фиксируем расстояния между объектами.
3. Решаем задачу (3) симплекс-методом.
4. Получаем значение стоимости C.
5. Повторяем шаги 1-4 *N* раз, где *N*>>100 и находим среднее значение C.

Далее, для решения задач с использованием представленной модели применяем гибридный алгоритм, с помощью которого вычисляем неопределенную функцию и находим координаты оптимального размещения объектов применяя процедуру статистического моделирования.