

**ОСНОВНЫЕ АСПЕКТЫ РАСЧЁТА ФОРМЫ
ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ЩЕЛЕЙ РОТОРА И СТАТОРА
ГИДРОУДАРНО-КАВИТАЦИОННОГО УСТРОЙСТВА**

Анушенков А.Н., Мещеряков И.В.

научный руководитель д-р техн. наук, проф. Анушенков А.Н.

Сибирский федеральный университет

Рассмотрим случай, когда поперечное сечение щелей ограничивается произвольной кривой, однако сечения щелей ротора и статора одинаковы и зеркально симметричны (рисунок 1).

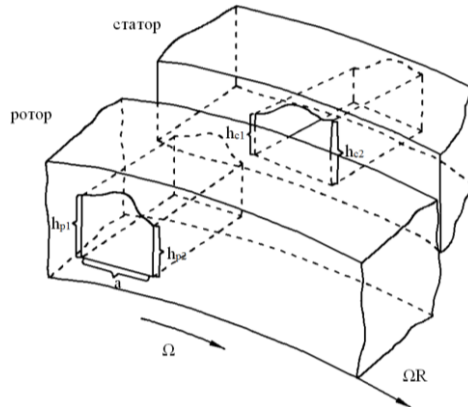


Рисунок 1 – Общая схема для расчёта формы поперечного сечения щелей ротора и статора

Рассмотрим сечение щели, ограниченное тремя отрезками прямых и произвольной кривой $y(x)$ (рисунок 2). Сечение щели статора (ротора) полностью характеризуется тремя параметрами: «левой» высотой h_{c1} (h_{p1}), «правой» высотой h_{c2} (h_{p2}) и кривой $y_c(x)$ ($y_p(x)$). Кроме того, кривая $y_p(x)$ «подвижна» и поэтому для любого момента времени из интервала $0 \leq t \leq 2a/\Omega R$ функция $y_p(x,t) = y_p(x - \Omega R t)$ – кривая $y_p(x)$ сдвигается вправо на $\Omega R t$ единиц (Ω – угловая скорость ротора, ΩR – линейная скорость боковой поверхности ротора, равная скорости «набегания» поперечного сечения канала ротора умноженная на поперечное сечение канала статора).

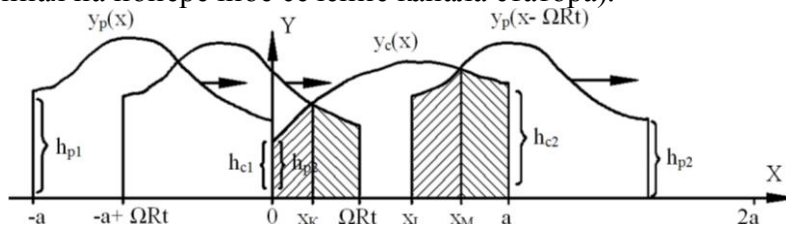


Рисунок 2 – График к расчёту площади проходного сечения пары щелей с произвольной формой поперечного сечения каждой из щелей

Переменная во времени площадь проходного сечения прерывателя роторного аппарата, образованного системой «канал ротора - канал статора» – есть площадь фигур, заштрихованных на рисунке 2 для двух произвольных моментов времени.

Причем, на стадии открывания прерывателя ($0 \leq t \leq a/\Omega R$, левая заштрихованная фигура на рисунке 2) и на стадии закрывания прерывателя ($0 \leq t \leq 2a/\Omega R$, правая заштрихованная фигура на рисунке 2) эта площадь находится различными методами. Это связано с тем, что при интегрировании в том и другом случае задействованы разные точки [1].

Определим, пользуясь рисунком 2, координаты этих точек: $y_p(x_K - \Omega R t) = y_c(x_K)$, $0 \leq t \leq a/\Omega R$; $x_L = -a + \Omega R$, $a/\Omega R \leq t \leq 2a/\Omega R$; $y_p(x_M - \Omega R t) = y_c(x_M)$, $a/\Omega R \leq t \leq 2a/\Omega R$.

Смысл координат x_K и x_M поясняется графически на рисунке 2. Используя координаты точек $x = x_K$; $x = -\Omega R t$; $x = x_L$; $x = x_M$; $x = a$, найдем площадь проходного сечения прерывателя, как функции времени:

$$S(t) = \begin{cases} \int_0^{x_K} y_c(x) dx + \int_{x_K}^{\Omega R t} y_p(x - \Omega R t) dx, & 0 \ll t \ll \frac{a}{\Omega R}; \\ \int_{x_L}^{x_M} y_p(x - \Omega R t) dx + \int_{x_M}^a y_c(x) dx, & \frac{a}{\Omega R} \ll t \ll \frac{2a}{\Omega R} \end{cases} \quad (1)$$

Задавая, различные функции $y_p(x)$ и $y_c(x)$, можно рассчитать функцию $S(t)$ для каналов любой формы. На рисунке 3 показан вид функции $S(t)$ для прямоугольных, треугольных, трапециевидных и произвольных каналов.

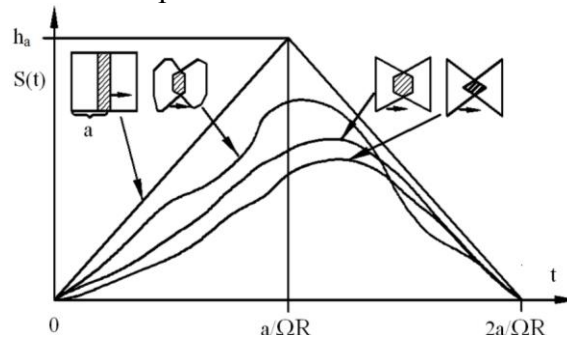


Рисунок 3 – К расчёту площади проходного сечения пар щелей с прямоугольным, трапециевидным, треугольным и произвольным сечением

Кривая $S(t)$, соответствующая треугольным щелям, состоит из двух парабол, продолжение которых показаны пунктиром. При любой форме щелей (с ненулевой «правой» высотой сечения щели статора и ненулевой «левой» высотой сечения щели ротора) кривые $S(t)$ (соответствующие данной форме сечения щелей) в точке $t = 2a/\Omega R$ имеют одну и ту же касательную. Докажем это утверждение.

Для доказательства воспользуемся рисунком 4, на котором показано взаимное расположение сечений щелей ротора и статора на заключительной стадии прерывания потока.

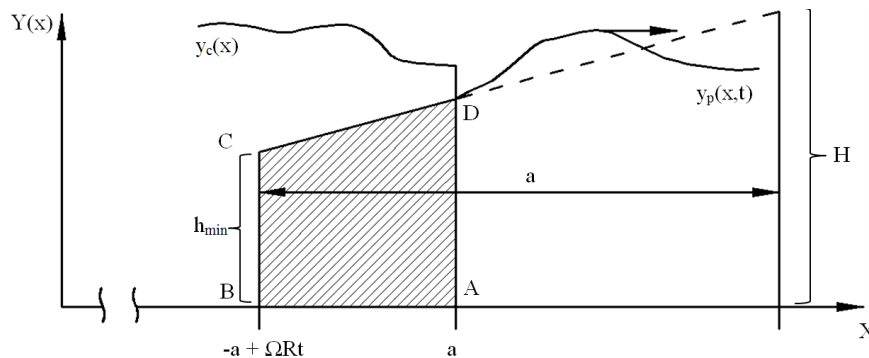


Рисунок 4 – К расчёту производной по времени от площади проходного сечения пары щелей с произвольной формой поперечного сечения

Поскольку в малой окрестности точки $x = a$ при стремлении текущего времени к величине $t = 2a/\Omega R$ функция $y_p(x)$ на участке $-a + \Omega R t \leq x \leq a$ может быть представлена некоторой линейной функцией $y_p'(x)$, то вычисление площади $S(t)$ сводится к нахождению площади трапеции ABCD. Пусть, для определённости сечения щелей ротора и статора таковы, что величина h_{p1} меньше h_{c2} . Обозначим величину $h_{p1} = h_{min}$. Зададим линейную функцию $y_p'(x)$ в виде:

$$y'_p(x, t) = \frac{H-h_{min}}{a}(x - \Omega Rt) + H \quad (2)$$

где: H – вспомогательная величина, обеспечивающая нужный наклон прямой и нужное ее расположение на координатной плоскости, чтобы на рассматриваемом интервале аргументов значения функций $y'_p(x)$ и $y_p(x)$ совпадали.

Найдём площадь трапеции ABCD. Одно из оснований её равно величине $BC=h_{min}$, а другая величине $AD=y'_p(a,t)$:

$$y'_p(a, t) = \frac{H-h_{min}}{a}(a - \Omega Rt) + H, \text{ тогда} \\ S_{ABCD} = \frac{1}{2} \left[h_{min} + \frac{H-h_{min}}{a}(a - \Omega Rt) + H \right] \cdot [a - (-a + \Omega Rt)] \quad (3)$$

После тождественных преобразований получим:

$$S(t) \Big|_{t=2a/\Omega R} = \frac{H-h_{min}}{2a} \Omega^2 R^2 t^2 + h_{min} \Omega R t - 2H \Omega R t + 2aH \quad (4)$$

Продифференцируем функцию $S(t)$ по времени:

$$\frac{dS}{dt} \Big|_{t=2a/\Omega R} = \frac{H-h_{min}}{a} \Omega^2 R^2 t + h_{min} \Omega R - 2H \Omega R \quad (5)$$

Определим значение этой производной по окончании прерывания потока в момент времени $t=2a/\Omega R$:

$$\frac{dS}{dt} \Big|_{t=2a/\Omega R} = -h_{min} \Omega R \quad (6)$$

Утверждение выражения (5) для случая:

$$h_{min}=h_{c1}=h_{p2} \quad (7)$$

доказывается несколько проще. Для этого обозначим неопределенные интегралы следующим образом:

$$S_p(x) = \int y_p(x - \Omega Rt) dx \quad (8)$$

$$S_c(x) = \int y_c(x) dx \text{ отсюда}$$

$$S(t) = S_p(x_M(t)) - S_p(x_L(t)) + S_c(a) - S_c(x_M(t)) \quad (9)$$

Тогда:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial S_p}{\partial x_M} \frac{\partial x_M}{\partial t} - \frac{\partial S_p}{\partial x_L} \frac{\partial x_L}{\partial t} + \frac{\partial S_c}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial t} - \frac{\partial S_c}{\partial x_M} \frac{\partial x_M}{\partial t} \quad (10)$$

Третье слагаемое в выражении (10) равно 0 ($a = \text{const}$), следовательно:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial S_p}{\partial x_M} \frac{\partial x_M}{\partial t} - \frac{\partial S_p}{\partial x_L} \frac{\partial x_L}{\partial t} - \frac{\partial S_c}{\partial x_M} \frac{\partial x_M}{\partial t} \quad (11)$$

Определим значения произвольной площади проходного сечения по времени в момент окончания интервала прерывания потока, т.е. в момент времени $t = 2a/\Omega R$. В этом случае выполняются следующие равенства:

$$\frac{\partial S_p}{\partial x_L} = \frac{\partial S_p}{\partial x_M} = h_{p2} \\ \frac{\partial S_c}{\partial x_M} = h_{c1}$$

Поэтому, с учетом условия (7) получаем следующее:

$$\frac{dS}{dt} \Big|_{t=2a/\Omega R} = h_{min} \frac{\delta x_M}{\delta t} - h_{min} \frac{\delta x_L}{\delta t} - h_{min} \frac{\delta x_M}{\delta t} \quad (12)$$

Откуда следует:

$$\frac{dS}{dt} \Big|_{t=2a/\Omega R} = -h_{min} \frac{\delta x_L}{\delta t} = -h_{min} \Omega R \quad (13)$$

Таким образом, утверждение доказано[2].

Форма каналов влияет на среднерасходную скорость обрабатываемой среды, так как от этой формы зависит гидравлическое сопротивление прерывателя – коэффициент местного гидравлического сопротивления ζ и площадь проходного сечения прерывателя S связаны соотношением:

$$\zeta(t) = \left[\frac{S_{max}}{S(t)} - 1 \right]^2 \quad (14)$$

где: S_{max} – наибольшая площадь поперечного сечения канала.

Связь функций $v(t)$ и $S(t)$ такова, что при стационарном режиме их вид одинаков, но при увеличении степени нестационарности потока (при уменьшении критерия гомохронности) функция «скорость – время» все более деформируется по отношению к функции «площадь – время» в сторону больших значений времени. Поэтому целесообразно выполнять щели ротора и статора с несимметричным сечением каналов, например, треугольным (рисунок 3) [3].

Результаты расчетов, проведенных в настоящей работе, позволяют сделать следующие выводы:

- независимо от формы щелей, скорость изменения площади заключительный момент прерывания потока определяется наименьшей из высот щелей (ротора или статора) и скоростью ротора;
- для увеличения глубины (и высоты) импульсов давления следует выбирать высоту h_{min} наибольшей из возможных – равной высоте самогоротора и статора;
- для увеличения расхода через устройство щели ротора и статора следует выполнять с одинаковым прямоугольным сечением с высотой, равной высоте ротора (статора);
- для увеличения эффективности кавитационной обработки жидких сред в аппарате необходимо щели ротора и статора выполнять с одинаковым сечением, близким по форме к треугольным (как представлено на рисунке 3), причем, при вращении ротора острие одного треугольника должно двигаться навстречу другому, но не наоборот. В этом случае скорость изменения площади проходного сечения в момент закрывания прерывателя максимальна, максимальна и глубина импульса, возбуждающего кавитацию, а расход снижается – поэтому на единицу массы обрабатываемой среды приходится большее энергетическое воздействие.

Список использованной литературы

- 1 Промтов М.А. Пульсационные аппараты роторного типа: теория и практика. М.: Машиностроение, 2001. С. 76-134.
- 2 Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы. М.: Наука, 1977.- 832 с.
- 3 Соколов В.И. Основы расчета и конструирования машин и аппаратов пищевых производств. М.: Машиностроение, 1983.