

О СГЛАЖИВАНИИ ТРАЕКТОРИЙ ЛАВИНООБРАЗНЫХ ПРОЦЕССОВ

Идаятова А. К.

Научный руководитель профессор А. В. Медведев

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика

М.Ф. Решетнева

Исследуется стохастическая система, находящаяся под влиянием случайных возмущений. Измерения “входных – выходных” переменных процесса осуществляются случайными ошибками, имеющими нулевое математическое ожидание и ограниченную дисперсию. Исследуемые процессы подпадают под категорию лавинообразных процессов. Существенным здесь является то, что внешние (входные) воздействия представляются медленно изменяющимися во времени величинами. Подобные процессы являются предметом исследования в теории катастроф и связаны с существенной нелинейностью между переменными, характеризующими этот процесс [1]. Важнейшим при изучении такого рода процессов является наличие априорной информации, которой чаще всего недостает на этапе постановки задачи. Возможно использование параметрической теории идентификации, если априорной информации достаточно для определения моделей исследуемых процессов с точностью до вектора параметров. Если же параметрическая структура модели отсутствует, а известны лишь качественные свойства “входных – выходных” переменных исследуемого процесса, то естественно использовать непараметрические модели.

В дальнейшем, примем обозначения: $x(t)$ - выходная переменная процесса, $u(t)$ - управляющее воздействие, $\mu(t)$ - входная переменная, t - непрерывное время, μ_t, u_t, x_t - означает измерение $\mu(t), u(t), x(t)$ в дискретное время t со случайной помехой $\xi_i(t)$.

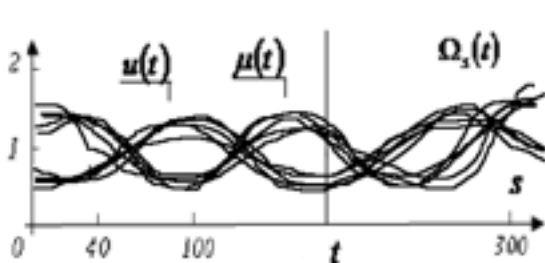


Рис. 1а

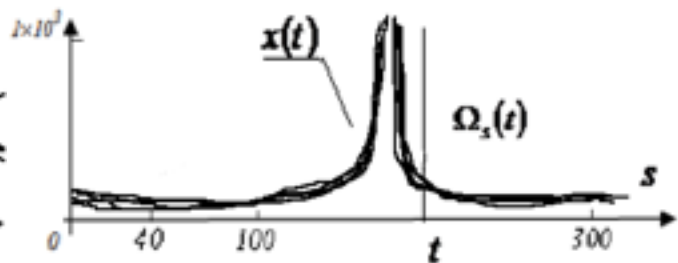


Рис. 1б

В результате наблюдений переменных процесса имеем выборку, состоящую из n реализаций $\{u_t^j, \mu_t^j, x_t^j, t = \overline{1, s}; j = \overline{1, n}\}$, показанных на рисунках 1а и 1б. Для приближения $M\{x/u, \mu\}$ воспользуемся непараметрическим сглаживанием

$$x_s^j(u(t), \mu(t)) = \sum_{i=1}^s x_i^j \Phi\left(\frac{u(t) - u_i^j}{c_s}\right) \Phi\left(\frac{\mu(t) - \mu_i^j}{c_s}\right) / \sum_{i=1}^s \Phi\left(\frac{u(t) - u_i^j}{c_s}\right) \Phi\left(\frac{\mu(t) - \mu_i^j}{c_s}\right), j = \overline{1, n} \quad (1)$$

Из соображений простоты в (1) $\mu(t), u(t)$ приняты скалярными. В случае, если $\mu(t), u(t)$ векторные, то (1) преобразуется обычным образом [2].

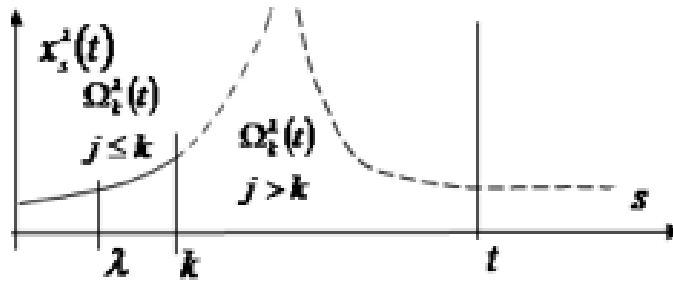


Рис. 1с

Входные возмущения показаны на Рис.1а; выходные, в том числе развитие лавины - на Рис.1б. На Рис.1с до текущего момента времени k показана оценка отклика системы $x(t)$, а при $\lambda > k$ - прогноз $x(t)$, т.е. $x_s^\lambda(t)$.

Непараметрическая модель текущего процесса в момент времени k построена на основании имеющейся обучающей выборки $\{u_i^j, \mu_i^j, x_i^j, t = \overline{1, s}; j = \overline{1, n}\}$.

Были проведены численные исследования непараметрической модели лавинообразного процесса, для этого было взято 3 реализации входных воздействий $\mu(t), u(t)$ $s = 400, n = 3$ и соответствующая реализация $x(t)$ [3]. На вход объекта было подано 3 управляемых переменных и 5 неуправляемых переменных. При численных исследованиях вид уравнений, описывающих лавинообразный процесс, был следующим:

$$\begin{aligned} u_1(t) &:= 1 + 0.5 \cdot \sin(\omega t) \\ u_2(t) &:= 2(1 - e^{-0.01t}) \\ u_3(t) &:= 3(1 - e^{-0.002t}) \\ \mu_1(t) &:= 2 + 1.9 \cos(\omega \cdot t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_2(t) &:= 2.5 \cdot |2 - u_1(t)| \\ \mu_3(t) &:= 1.1 + 0.3 \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ \mu_4(t) &:= 1 + 0.01t \\ \mu_5(t) &:= 1 + 0.5 \cdot \sin(0.01t) \end{aligned}$$

На нижеследующих рисунках показано изменение входных переменных для одной компоненты $u(t)$ и $m(t)$. Аналогично меняются и другие компоненты векторов $u(t)$ и $m(t)$.

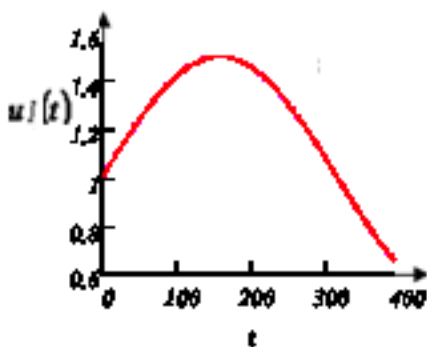


Рис. 2а

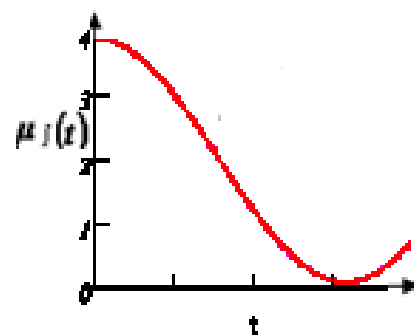


Рис. 2б

С помощью этих уравнений были получены соответствующие реализации:

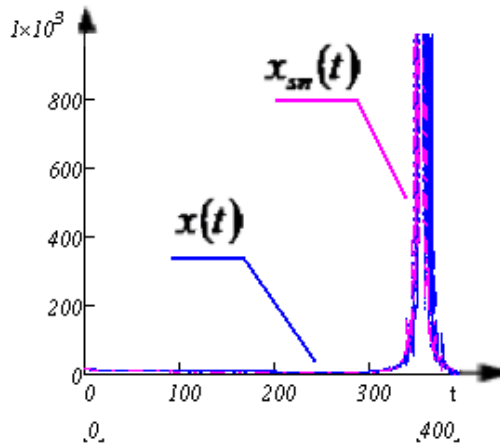


Рис. 3а

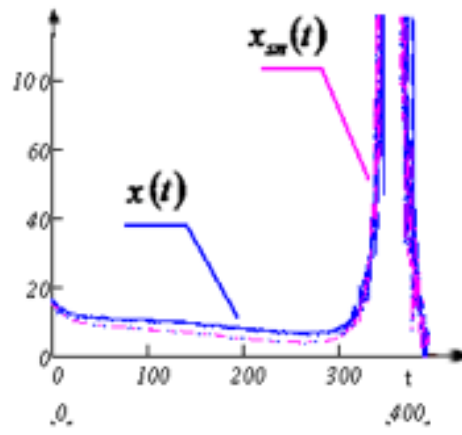


Рис. 3б

На рис.3а и 3б показаны реализации выхода процесса $x(t)$ и его оценка X_{sn} , полученная с помощью непараметрического сглаживания (1). Рисунки отличаются масштабом по оси ординат для лучшей визуализации поведения процесса и его оценки. Кроме того, на промежутке от $t=300$ до $t=400$ дискретность контроля уменьшена в 2 раза, так как когда мы приближаемся к лавине, контроль следует осуществлять чаще.

На входные переменные u и m , а, так же, на выходную переменную объекта была наложена помеха величиной равной 1 %.

Мы находимся в состоянии, когда наблюдаем процесс в текущий момент времени. Наблюдаем некоторый процесс, где k - текущий момент времени. Причем до момента k имеем оценку отклика системы $x(t)$, а при $\lambda > k$ - прогноз $x(t)$.

Для того чтобы построить прогноз $x(t)$, введем следующий критерий δ :

$$\sigma_{mp}^2 = \mathop{\text{a}}^{\wedge}_{t=l-m-p}{}^{l-p} (x_t - x_{t-p}^{sn})^2, \quad (2)$$

где X_t - измеренные значения выхода текущего процесса, а X_{t-p}^{sn} - соответственно, оцененные значения выхода процесса, наблюдаемого в прошлом, причем, берущиеся с некоторым сдвигом p ; p и m в данной формуле обеспечивают процесс скольжения. Таким образом, при определенном p наблюдается малое отклонение значений точек выборки текущего процесса от значений точек выборки процесса, уже прошедшего. Это говорит о том, что скорее всего наш текущий процесс будет развиваться так же как и процесс наблюдаемый в прошлом. На рис. 4а и 4б показаны зависимости значения критерия от p при разных значениях p :

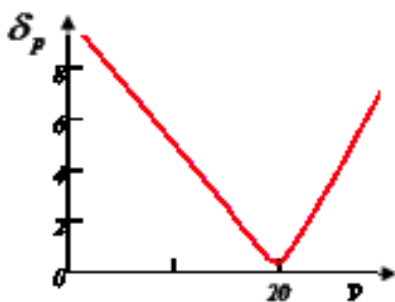


Рис. 4а $p=0 \dots 30$

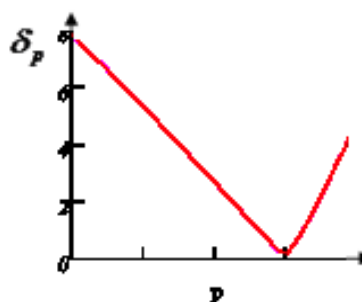


Рис. 4б $p=0 \dots 40$

При наложении 1% помехи на входы и выходы текущего и прошедшего процессов можем наблюдать следующее (рис. 5а и 5b):

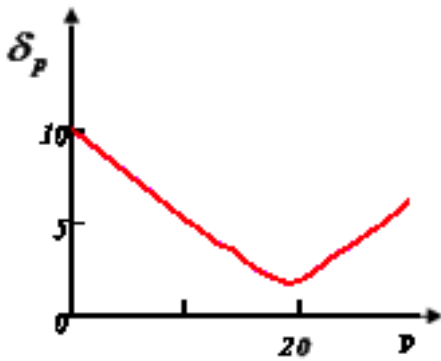


Рис. 5а $p=0\dots30$

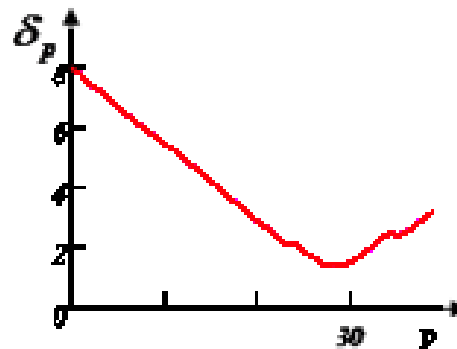


Рис. 5b $p=0\dots40$

То есть, именно в тот момент, когда критерий при определенном p становится равным нулю (рис. 4) (или близким к нему (рис. 5), что наблюдается при наложении помехи), можно говорить о том, что именно на этом промежутке (в первом случае – при $p=20$, а во втором – при $p=30$) наблюдалось наиболее малое отклонение точек выборки текущего процесса от точек выборки процесса, наблюдаемого в прошлом. А, следовательно, можем построить прогноз.

На рис. 6 до текущего момента времени k показана оценка отклика системы $x(t)$, а при $\lambda > k$ - прогноз $x(t)$:

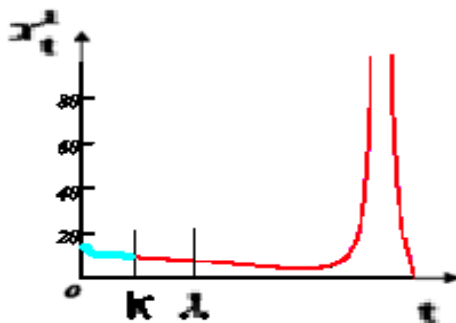


Рис. 6

Проведенные численные исследования показали возможность определения начала развития лавинообразного процесса при наличии соответствующих имеющихся реализаций, характеризующих поведение процесса.

Ясно, что при изучении и исследовании тех или иных реальных процессов лавинообразной природы требуется тщательный анализ всех факторов и переменных, влияющих на него и наличие соответствующих средств контроля. Ключевой здесь является, конечно же, проблема определения управляющих воздействий с целью ослабления надвигающейся лавины при фиксированных значениях входных переменных, составляющих вектор $m(t)$.

