УДК 512.54

ЦЕНТРАЛЬНЫЕ РЯДЫ И АВТОМОРФИЗМЫ НИЛЬ-ПОДАЛГЕБРЫ АЛГЕБРЫ ШЕВАЛЛЕ ТИПА G_2

Ряшина Г. С.,

научный руководитель проф., д-р физ.-мат. наук Левчук В. М.

Сибирский федеральный университет

Алгебру Шевалле над полем K ассоциируют с системой корней Ф, выделяя базис Шевалле $\{e_r | r\in\Phi\}$. В работе исследуются автоморфизмы и центральные ряды подалгебры NФ(K) с базисом $\{e_r, r\in\Phi^+\}$ типа G_2.

Как обычно, через П обозначим базу простых корней в Ф. Если q –корень, то q=$\sum_{r\in\Pi} c_x e_r$ и число ht(q)=$\sum c_r$ называют высотой корня q. Стандартным центральным рядом алгебры Ли NФ(K) называют следующий ряд

$$\mathrm{N\Phi(K)}=N_1\supset N_2\supset N_3\supset N_4\supset\dots,\qquad N_i=\langle e_r | r\subset\Phi^+,\ \mathrm{ht}(r)\geq i\rangle. \tag{1}$$

Теорема 1. В алгебре Ли NФ(K) типа G_2 нижнийцентральный ряд $\mathrm{N\Phi(K)} = L_1\supset L_2\supset\dots$ и верхний центральный ряд $0\subset Z_1\subset Z_2\subset\cdots$ совпадает со стандартным центральным рядом при 6K=K, в частности, ступень нильпотентностиNФ(K) равна 5. При 2K=0 имеем

$$N_1 = L_1\supset L_2 = \mathrm{K}e_{a+b}+N_4\supset L_3 = N_5\supset 0,\qquad 0\subset Z_1=N_5\subset Z_2=N_4+Ke_{a+b}\subset Z_3=\mathrm{N\Phi(K)}.$$

При 3K=0 имеем

$$N_1=L_1\supset L_2=Ke_{a+b}+Ke_{b+2a}+N_5\supset L_3=Ke_{b+2a}\supset 0,0\subset Z_1=N_5+Ke_{2a+b}\subset Z_2=N_2\subset Z_3=N_1.$$

Как обычно, выделяются стандартные автоморфизмыалгебры NФ(K): внутренние, центральные, графовые, диагональные. Исследуем ее исключительные автоморфизмыпо аналогии с автоморфизмами ассоциированной унипотентной подгруппы AutUФ(K) группы Шевалле (Левчук В.М. «Алгебра и Логика»,1990, том 29).

Выделим следующие три типа эндоморфизмов алгебры NФ(K)

$$e_b\to e_b+\mathrm{d}e_{b+3a},\ (\text{остальные}\, e_r\, \text{остаются на месте при}\, r\in\Phi^+)(d\in\mathrm{K}); \tag{2}$$

$$e_b\to e_b+\mathrm{k}e_{2a+b},\ e_{a+b}\to e_{a+b}+\mathrm{k}e_{3a+b},\ e_{2a+b}\to e_{2a+b}+\mathrm{k}e_{3a+2b} \tag{3}$$

(остальныее$_r$остаютсянаместепри $r\in\Phi^+$)

$e_a \to e_a + 2kte_{b+a} + kt^2 e_{b+2a} + kt^2 e_{b+2a}$, (4)

(остальныее$_r$остаютсянаместепри$r \in \Phi^+$)

Теорема 2. Отображение (2) является автоморфизмом алгебры NΦ(K) типа G_2 над любым полем, а отображение (3) автоморфизмом для любого поля Kхарактеристики 2. Отображение (4) автоморфизмом для любого поля K характеристики 3 алгебры NΦ(K) типа G_2.

Исследуется порождаемость группы автоморфизмовAutNΦ(K) найденными исключительными автоморфизмами и стандартными автоморфизмами.