УДК 512.542

ЧИСЛО КЛАССОВ СОПРЯЖЁННОСТИ УНИПОТЕНТНОЙ ПОДГРУППЫ ГРУППЫШЕВАЛЛЕ ТИПА B_2 НАД КОНЕЧНЫМ ПОЛЕМ НЕЧЁТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Лихачёва А.О.,
научный руководитель д-р физ.-мат. наук,проф. Нужин Я.Н.
Институт математики

Унипотентная подгруппа $U = U\Phi(K)$группы Шеваллетипа Φ над полем Кпорождается корневыми элементами $x_r(t),\ r \in \Phi^+,\ t \in K$.Всякий элемент подгруппы U допускает единственное разложение в произведение корневых элементов $x_r(t_r),\ r \in \Phi^+$,расположенных в соответствии с фиксированным(произвольным)упорядочением корней. Здесь рассматривается только унипотентная подгруппа$UB2(K)$ типа В2. Любой ее элемент представляется в виде

$g = x_a(t)x_b(u)x_{a+b}(v)x_{2a+b}(w)$,t,u,v,w $\in K$

В работе находится число классов сопряженности унипотентной подгруппы $UB2(K)$ над конечным полемКпорядкаq нечетной характеристики.Два элемента $a, b \in G$ произвольной группы G называются *сопряженными* в G , если существует такой элемент $x \in G$, что $b = xax^{-1}$. Сопряженность есть отношение эквивалентности, поэтомугруппа G разбивается на классы сопряженных элементов (классы сопряженности).

В доказательстве используется коммутаторная формула Шевалле, которая утверждает, что

$$[x_s(u), x_r(t)] = 1 \quad (u, t \in K), \qquad r, s \in \Phi, r + s \cancel{\in} \Phi \cup \{0\},$$

$$[x_s(u), x_r(t)] = \Pi_{i,j>0} x_{ir+js}\left(C_{ij,rs}(-t)^i u^i\right), r, s, r + s \in \Phi,$$

где $[a,b] = a^{-1}b^{-1}ab$ – коммутатор, а сомножители в произведениирасположены в соответствии с возрастанием высоты корней ir+js∈Φ. Для группы $UB2(K)$имеются только два следующих типа нетривиальных коммутаторов:

$$1)[x_a(t), x_b(u)] = x_{a+b}(\pm tu)x_{2a+b}(\pm t^2 u)$$

$$2)[x_a(t), x_{a+b}(u)] = x_{2a+b}(\pm 2tu)$$

Применяя эти равенства, получаем следующие 5 типов представителей классов сопряженности.

№	Тип	Число классов

1	$g = 1$	1
2	$g = x_{2a+b}(\boldsymbol{t})$	$(q-1)$
3	$g = x_{a+b}(v)$	$(q-1)$
4	$g = x_b(\boldsymbol{t})x_{2a+b}(u)$	$q(q-1)$
5	$g = x_a(\boldsymbol{t})x_b(u)$	$(q-1)^2$

Суммируя, получаем, что число классов сопряженности в группе $UB_2(K)$равно $2q^2 - q$