КОМПЬЮТЕРНЫЙ АНАЛИЗ СООТНОШЕНИЙ В ГРУППАХ

Шлепкин А. А.
научный руководитель канд. физ.-мат. наук Сучкова Н. Г.
Сибирский федеральный университет

Проблема Бернсайда о периодических группах фиксированного периода была поставлена английским математиком У. Бернсайдом в 1902 году в следующей форме: Пусть G группа порожденная m элементами в которой каждый элемент в степени n равен единичному элементу группы [1]. Будет ли такая группа конечной? В последствии эти группы получили название свободных бернсайдовых групп и обозначение B(m,n).
Перечислим известные к настоящему времени результаты по данным группам. B(m,n) конечна для n=2 (тривиальный случай), n=3 (У.Бернсайд, 1902), n=4 (m=2 Бернсайд, 1902), для m>2 - И. Н.Санов, 1940), n=6 (М. Холл, 1958). B(m,n) - бесконечна для
нечетных n >665 (С.И. Адян, П. С. Новиков, 1975); для достаточно больших четных n (С.В. Иванов, 1994 И.Г. Лысенок 1996). Для других же показателей, наименьший из которых n=5, вопрос о конечности остается открытым.
Наибольший интерес представляют двупорожденная группа периода пять (группа B (2,5)). Поскольку эта группа имеет наименьший показатель и наименьшее число порождающих элементов в сравнении с другими бернсайдовыми группами, конечность которых не определена. Отметим два вопроса о подгруппах группы B(2,5) ответ на которые к настоящему времени не известен.
Вопрос 1:
Существуют ли в $B (2,5)$ нециклические конечные подгруппы?
Вопрос 2: *Пусть G произвольная бесконечная двупорожденная группа периода пять, будет ли G изоморфна B(2,5)?*

В нашей работе получено достаточное условие положительного ответа,
по крайней мере, на один из этих двух вопросов.

Основной результат

Обозначим через 0,1 порождающие элементы B(2,5).

Теорема *Пусть в B(2,5) выполнено следующие
соотношение:*

0110100101100101011001011101001=101010011001101010011001101010(*)

*тогда имеет место хотя бы одно из следующих двух
утверждений:*
*1. Существуют неизоморфные бесконечные двупорожденные группы
периода пять.*
2. Группа B(2,5) содержит нециклические конечные подгруппы.

Замечание: при получении соотношения (*) использовался суперкомпьютер ИКИТ СФУ [2].

Список литературы

[1] Адян С.И. Проблема Бернсайда и тождества в группах, изд. Наука, 1975.
[2] Кузьмин Д.А., Маколов С.В., Бугай А.П., Астриков Д.Ю. Комплекс высокопроизводительных вычислений СФУ // sfu-kras.ru: сайт Сибирского Федерального Университета. URL: http://cluster.sfu-kras.ru/ (дата обращения: 30.02.2012).