УДК 517.95

# ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ КОЭФФИЦЕНТОВ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

**Спичак Г.А.,**

**Научный руководитель канд. физ.-мат. наук Шипина Т.Н.**

***Сибирский федеральный университет***

В работе исследованы две обратные задачи для системы нелинейных параболических уравнений с данными Коши. В первой задаче в каждом уравнении неизвестными являются функции источников. Во втором задаче неизвестны коэффициенты при младших членах уравнения. Все идентифицируемые коэффициенты зависят только от временной переменной.

В основе исследования обратных задач, представленных в работе, лежит переход с использованием условий переопределения от обратной задачи к прямой задаче для нагруженных уравнений. Разрешимость полученных прямых задач доказывается методом слабой аппроксимации. Используя формулы, по которым решение обратной задачи определяется через решение прямой задачи, устанавливается разрешимость исходных обратных задач. Доказаны теоремы существования и единственности решения в классе гладких ограниченных функций.

**Задача 1.**

В полосе $\Pi_{[0;T]} = \{(t,x) | t \in [0;T], x \in E_1\}$ рассматривается задача нахождения действительнозначных функций $U(t,x), V(t,x), g_i(t)$, где $i = 1,2$, удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} U_t = U_{xx} + b_{11}(t)U^2 + b_{12}(t)V + g_1(t)m_1(t,x), \\ V_t = V_{xx} + b_{21}(t)U + b_{22}(t)V^2 + g_2(t)m_2(t,x), \end{cases} \qquad (1)$$

начальным условиям

$$U(t,0) = U_0(x), \quad V(0,x) = V_0(x), \quad x \in E_1 \qquad (2)$$

и условиям переопределения

$$U(t,0) = \alpha_1(t), \quad V(t,0) = \alpha_2(t), \quad t \in [0;\mathrm{T}], \qquad (3)$$

где $b_{ij}(t)$, $m_i(t,x), U_0(x)$, $V_0(x)$, $\alpha_i(t), i,j = 1,2 -$ заданные действительнозначные функции.

Считаем, что выполнены условия согласования

$$U_0(0) = \alpha_1(0), \quad V_0(0) = \alpha_2(0).$$

Пусть выполняются соотношения

$$|m_i(t,0)| \geq \delta > 0, \quad i = 1,2, \quad \delta - const, \quad t \in [0;\mathrm{T}]. \qquad (4)$$

Относительно входных данных предполагаем

$$b_{ij}(t) \in C([0;T]), \quad \alpha_i(t) \in C^1([0;T]), \quad i,j = 1,2, \qquad (5)$$

$$U_0(x) \in C^l(E_1), \; V_0(x) \in C^l(E_1) \qquad (6)$$

$$m_i(t,x) \in C^{0,l}(\Pi_{[0;T]}), \quad i,j = 1,2,$$

где $l = 4$ для доказательства теоремы существования решения обратной задачи и $l = 6$ для доказательства единственности решения обратной задачи.

$$\left|\frac{\mathrm{d^k}}{\mathrm{dx^k}} U_0(x)\right| + \left|\frac{\mathrm{d^k}}{\mathrm{dx^k}} V_0(x)\right| + \sum_{\mathrm{i}=1}^{2} \left|\frac{\partial^{\mathrm{k}}}{\partial x^{\mathrm{k}}} m_i(t,x)\right| \leq C, \quad i = 1,2, \quad C - const, \quad k = \overline{0,4}. \qquad (7)$$

Введем обозначения:

$Z_{[0;T]} = \{U(t,x), V(t,x), g_i(t) | \; U(t,x) \in C^{1,2}(\Pi_{[0;T]}), V(t,x) \in C^{1,2}(\Pi_{[0;T]}),$
$g_i(t)] \in C[0;T], i = 1,2\}$,

$P_{[0;T]} = \{U(t,x), V(t,x), g_i(t) | \; U(t,x) \in C^{1,4}(\Pi_{[0;T]}), V(t,x) \in C^{1,4}(\Pi_{[0;T]}),$
$g_i(t) \in C[0;T], i = 1,2\}$.

**Определение 1.** Под решением задачи (1) – (3) понимаем набор функций $(U(t,x),V(t,x),g_i(t),i=1{,}2)$, принадлежащих классу $Z_{[0;T]}$ и удовлетворяющих системе уравнений (1), начальным условиям (2) и условиям переопределения (3).

**Теорема 1.** Пусть выполнены условия (4) – (7). Тогда существует решение задачи (1) – (3) в классе $Z_{[0;t_*]}$, где $0<t_*,\le T$. Решение задачи единственно в классе $P_{[0;t_*]}$, где $0<t_*\le T$.

**Задача 2.**

В полосе $\Pi_{[0;T]}=\{(t,x)|t\in[0;T],x\in E_1\}$ рассматривается задача нахождения действительнозначных функций $U(t,x),V(t,x),b_{ij}(t)$, где $i,j=1{,}2$, удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases}U_t=U_{xx}+\ b_{11}(t)U^2+b_{12}(t)V+m_1(t,x),\\ V_t=V_{xx}+\ b_{21}(t)U+b_{22}(t)V^2+m_2(t,x),\end{cases} \tag{8}$$

с начальными условиями

$$U(t,0)=U_0(x),\ \ V(0,x)=V_0(x),\ \ x\in E_1 \tag{9}$$

и условиями переопределения

$$\begin{gathered}U(t,0)=\alpha_1(t),\ \ V(t,0)=\alpha_2(t),\quad t\in[0;T],\\ U(t,a)=\beta_1(t),\ \ V(t,a)=\beta_2(t),\quad a\neq 0,\end{gathered} \tag{10}$$

где $m_i(t,x),U_0(x),\ V_0(x),\ \alpha_i(t),\beta_i(t),i,j=1{,}2-$ заданные действительнозначные функции.

Считаем, что выполнены условия согласования

$$U_0(0)=\alpha_1(0),\ \ V_0(x)=\alpha_2(0),$$
$$U_0(a)=\beta_1(0),\ \ V_0(a)=\beta_2(0),a\neq 0.$$

Пусть выполнены соотношения

$$\begin{gathered}|\alpha_i(t)|\ge\delta_1>0,\ \ t\in[0;T],\quad \delta_i=const,\\ \left|\alpha_i(t)\beta_j^2(t)-\beta_i(t)\alpha_j^2(t)\right|\ge\delta_2,\ \ i\neq j,\ \ i,j=1{,}2.\end{gathered} \tag{11}$$

Пусть относительно входных данных выполнены условия (6), (7) и дополнительно потребуем, чтобы было выполнено условие

$$\beta_i(t)\ \in C^1([0;T])\ \ i=1{,}2. \tag{12}$$

Введем обозначения:

$M_{[0;T]}=\{U(t,x),V(t,x),b_{ij}(t)\big|\ U(t,x)\in C^{1,2}(\Pi_{[0;T]}),V(t,x)\in C^{1,2}(\Pi_{[0;T]}),$
$b_{ij}(t)]\in C[0;T],i,j=1{,}2\}$,

$N_{[0;T]}=\{U(t,x),V(t,x),b_{ij}(t)\big|\ U(t,x)\in C^{1,4}(\Pi_{[0;T]}),V(t,x)\in C^{1,4}(\Pi_{[0;T]}),$
$b_{ij}\in C[0;T],i,j=1{,}2\}$.

**Определение 2.** Под решением задачи (8) – (10) понимаем набор функций $(U(t,x),V(t,x),b_{ij}(t),i,j=1{,}2)$, принадлежащих классу $M_{[0;T]}$ и удовлетворяющих системе уравнений (8), начальным условиям (9) и условиям переопределения (10).

**Теорема 2.** Пусть выполнены условия (6), (7), (11), (12). Тогда существует решение задачи (8) – (10 )в классе $M_{[0;t_*]}$, где $0<t_*\le T$. Решение задачи единственно в классе $N_{[0;t_*]}$, где $0<t_*\le T$.