

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ АЛГОРИТМА PSO

Спирина А. В.,

научный руководитель канд. техн. наук Бежитский С. С.

*Институт информатики и телекоммуникаций**Сибирского государственного аэрокосмического университета**им. академика М. Ф. Решетнева*

Алгоритм PSO (Particle Swarm Optimization), или алгоритм роя частиц, был предложен в 1995 году Джеймсом Кеннеди (James Kennedy) и Расселом Эберхартом (Russel Eberhart) как метод оптимизации непрерывных нелинейных функций. Данный алгоритм был изложен в статье J. Kennedy, R. C. Eberhart, "Particle swarm optimization". Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks.

Целью данного алгоритма является решение задач глобальной поисковой оптимизации с вещественными переменными.

Данный алгоритм моделирует многоагентную систему, где агенты-частицы движутся к оптимальным решениям, обмениваясь при этом информацией с другими частицами (частицами-"соседями").

Характеристиками частицы являются ее координаты в пространстве решений, а также вектор скорости перемещения. Кроме того, каждая частица хранит координаты наилучшего решения, когда-либо найденного за все время поиска, а также лучшее из пройденных всеми частицами решений.

На каждой итерации алгоритма направление и длина вектора скорости каждой из частиц изменяются в соответствии со сведениями о найденных оптимумах:

$$v^{i+1} = \omega v^i + c_1 r_1 (p^{individual_best} - p^i) + c_2 r_2 (p^{group_best} - p^i),$$

$$p^{i+1} = p^i + v^{i+1},$$

где v – скорость частицы, причем $v \in [-v_{max}, v_{max}]$, ω – вес инерции скорости, p – координаты частицы, r_1 и r_2 – независимые случайные числа, распределенные по равномерному закону, c_1 и c_2 – константы, показывающие как нужно двигаться по направлению к лучшим решениям, $p^{individual_best}$ – лучшее решение, когда-либо найденное частицей за все время поиска, p^{group_best} – лучшее из решений, когда-либо найденных всей стаей.

Алгоритм с приведенным выше правилом обновления векторов скоростей частиц является модификацией классического алгоритма PSO. Данная модификация была предложена в 1998 году Юхи Ши (Yuhui Shi) и Расселом Эберхартом в статье Y. Shi, R. Eberhart, "A modified particle swarm optimizer". Proceedings of 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Эта модификация отличается от классического алгоритма введением дополнительного параметра – коэффициента инерции скорости ω .

В работе рассматривается зависимость эффективности работы алгоритма PSO от выбора значения показателя ограничения скорости (v_{max}), от распределения ресурсов между размером стаи и числом итераций и от выбора показателя инерции скорости (ω).

Основными показателями эффективности работы алгоритма использовались (используются при небольших пространствах поиска):

- надежность – оценка вероятности обнаружения точки глобального экстремума (отношение числа успешных пусков к общему числу пусков алгоритма). (под успешными понимается пуск алгоритма, в котором был найден глобальный экстремум);
- скорость – среднее значение номера итерации на котором был найден глобальный экстремум (считается естественно только для успешных пусков);

- разброс – минимальное и максимальное значения (закрытый интервал) номера итерации на котором был найден глобальный экстремум среди всех успешных пусков.

Также использовались дополнительные показатели эффективности (они используются только в случае, когда первые три основных показателя не работают, то есть преимущественно на больших размерностях пространства поиска):

- среднее значение функции – это усредненное по всем запускам минимальное значение целевой функции, найденное в точках пространства поиска, рассмотренных алгоритмом за все время поиска;
- среднеквадратическое отклонение среднего значения функции – это оценка среднеквадратического отклонения минимального значения целевой функции (показатель “среднее значение функции”);
- среднее расстояние от найденного лучшего решения до глобального – это расстояние (в Евклидовой метрике) от наилучшего найденного решения алгоритмом до объективного глобального экстремума по всем пускам;
- среднеквадратическое отклонение среднего расстояния – это корень из оценки дисперсии расстояний от наилучшего найденного решения алгоритмом до объективного глобального экстремума по всем пускам.

Для анализа были выбраны следующие функции: функция Розенброка (овражная унимодальная), функция Растригина (многоэкстремальная с «предсказуемым» глобальным экстремумом), функция Вейерштрасса (многоэкстремальная функция), функция Швепеля (многоэкстремальная с «непредсказуемым» глобальным экстремумом).

При вычислениях $c_1 = c_2 = 2$, число пусков для статистики = 100, точность = 0.01, M – половина интервала поиска.

При проведении анализа полученных данных для функции Вейерштрасса по значениям параметра надежности алгоритма, было выявлено, что при росте размерности задачи, значение надежности является максимальной при значениях ограничения на значение скорости при $0.01M$ и $0.1M$. Полученные результаты изображены на рисунке 1. Кроме того, эти данные также подтверждаются значениями других параметров, как для функции Розенброка, так и для функции Растригина при изменениях размерности задач от 2 до 100. Расчеты проводились при $\omega=0.72$, число частиц = 30, количество итераций = 200.

На рисунке 1 по оси X 1 соответствует отсутствию ограничений на значение скорости, 2 – $0.01M$, 3 – $0.1M$, 4 – $0.4M$, 5 – $0.7M$, 6 – M , 7 – $2M$.

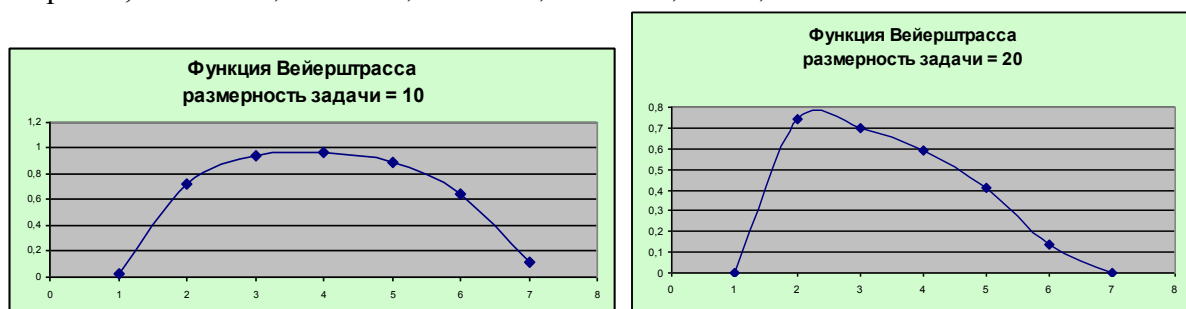


Рисунок 1 – Значения надежности алгоритма PSO

Следующим параметром рассматривается распределение ресурсов между размером стаи и числом итераций. При расчетах использовалась ограничение скорости = M , $\omega=0.72$, общее число вычислений целевой функции=10000.

По полученным данным для функций Розенброка, Растригина, Швепеля можно сделать вывод, что в большинстве случаев лучшим распределением ресурса оказывалось распределение с минимумом частиц и максимумом поколений (итераций). Графи-

ческое представление результатов по параметрам “среднее значение функции” и “надежность” изображено на рисунке 2, рисунке 3, рисунке 4.

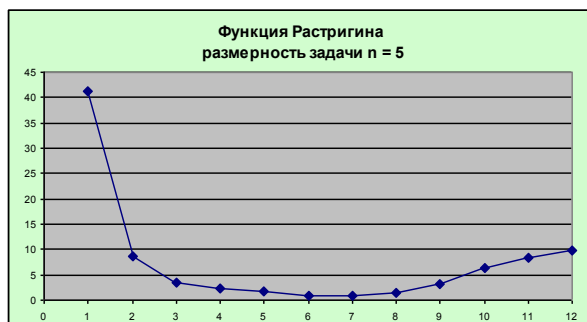


Рисунок 2 –Показатель “среднее значение функции”, полученный алгоритмом PSO, для функции Растригина

На рисунке 2, рисунке 3 по оси X 1 соответствует распределению 1 частица и 10000 итераций, 2 – 2*5000, 3- 3*3333, 4- 4*2500, 5 - 5*2000, 6 - 10*1000, 7 – 20*500, 8 – 40*250, 9 – 100*100, 10 – 250*40, 11 – 500*20, 12 – 1000*10.

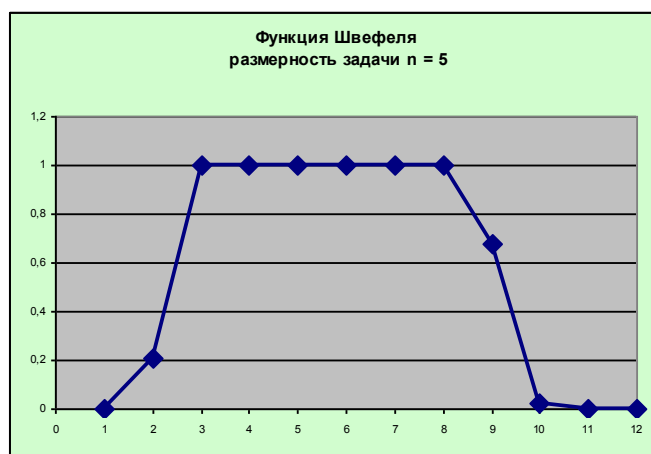


Рисунок 3 –Показатель “надежность”, полученный алгоритмом PSO, для функции Швепеля

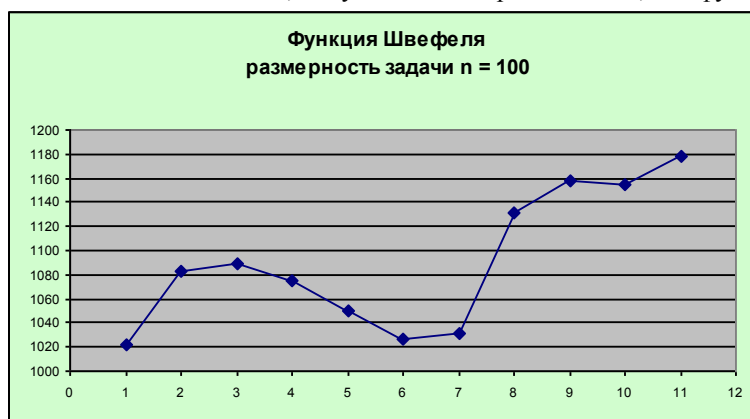


Рисунок 4 –Показатель “среднее значение функции”, полученный алгоритмом PSO, для функции Швепеля

На рисунке 4 по оси X 1 соответствует распределению 2 частица и 5000 итераций, 2- 3*3333, 3- 4*2500, 4 - 5*2000, 5 - 10*1000, 6 – 20*500, 7 – 40*250, 8 – 100*100, 9 – 250*40, 10 – 500*20, 11 – 1000*10.

Наилучшие значения инерции скорости после анализа зависимости значения инерции скорости от размерности задачи представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Значение инерции скорости алгоритма PSO

	Размерность задачи					
	2	5	10	20	40	100
Функция Розенброка	0.4	0.5	0.5	0.3 или 0.4	0.3	0.2
Функция Растригина	0.5	0.5	0.3	0.4	0.2 или 0.3	0.2 или 0.3
Функция Швевеля	0.1	0.2 или 0.3	0.3	0.3	0.1	0.1

Таким образом, исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что алгоритм PSO возможно будет работать лучше, если размер стаи будет минимален, а число итераций (поколений) – максимально. Также при выборе ограничений скорости можно брать значение v_{\max} от $0.01M$ до $0.1M$, где M – половина интервала поиска. Относительно инерции скорости можно сделать вывод, что ее значение не должно превышать 0.5.

Все выводы данной работы сделаны только на основе исследования 3 функций (для каждого из параметров). Для повышения достоверности полученных результатов необходимо проведение дополнительных исследований.