УДК 512.532.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ТРОПИЧЕСКИХ ПОЛИНОМОВ ОТ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

Тубол Н.А.

научный руководитель д-р физ.-мат. наук Цих А.К.

Сибирский Федеральный университет

Объект исследования: тропический полином от двух переменных.

Методы исследования: анализ и аналогия.

Основные понятия тропической арифметики. Тропическая арифметика работает на множестве $\mathbb{R}1 = \mathbb{R}\cup\{-\infty\}$. Тропическое сложение двух чисел – максимум от двух чисел ($x\oplus y = \max\{x, y\}$).Тропическое умножение двух чисел – сложение двух чисел ($x\odot y = x + y$). Тропическое возведение в степень числа – это умножение показателя степени на число ($x^{\odot n} = n * x$).(Определения действуют при $x \in \mathbb{R}1$ и $y\in\mathbb{R}1$).Тропический полином – тропическая запись обычного полинома. Общий вид тропического полинома с одной переменной- $c\odot x_1{}^{\odot a}{}_1\oplus\ldots\oplus x_n{}^{\odot a}{}_n$. Аналогично выглядит общий вид тропического полинома с двумя и более переменными. Корень тропического полинома – это излом на графике тропического полинома.

Расположение графиков тропических полиномов от двух переменных. При исследовании тропических полиномов от двух переменных первой степени выяснилось то, что график любого тропического многочлена от двух переменных первой степени лежит в пространстве, определяемым осями OX , OY и OC(C- любое число, принадлежащее $\mathbb{R}1$). А так как со следующей степени этих тропических полиномов по определению увеличивается только количество слагаемых и множитель у переменных x и y, то все графики тропических полиномов от двух переменных лежат в пространстве, определяемым осями OX , OY и OC(C- любое число, принадлежащее $\mathbb{R}1$).

Исследование тропических полиномов от двух переменных первой степени. Сначала я исследовал полином $x\oplus y\oplus 1 = \max\{x, y,1\}$ и сделал такой вывод: если $x\geq y$ то при $x >1$ $\max\{x, y,1\} = x$,а также при $x\leq 1$ $\max\{x, y,1\} = 1$; а если $x<y$ то при $x \in(-\infty,\infty)$ $\max\{x, y,1\} = y$. Потом я исследовал полином $x\oplus y\oplus c = \max\{x, y,c\}$ и сделал аналогичный вывод: если $x\geq y$ то при $x >c$ $\max\{x, y,c\} = x$,а также при $x\leq c$ $\max\{x, y,c\} = 1$; а если $x<y$ то при $x \in(-\infty,\infty)$ $\max\{x, y,c\} = y$. Позже я исследовал полином $2\odot x\oplus 2\odot y\oplus 1 = \max\{2+x, 2+y,1\}$ и сделал следующий вывод: если $x\geq y$ то при $x \geq 1$ $\max\{2+x, 2+y,1\} = 2+x$,а также при $x<1$ $\max\{2+x, 2+y,1\} = 1$; а если $x<y$ то при $x \in(-\infty,\infty)$ $\max\{2+x, 2+y,1\} = 2+y$. Затем я исследовал полином $2\odot x\oplus 2\odot y\oplus c = \max\{2+x, 2+y, c\}$ и сделал аналогичный вывод: если $x\geq y$ то при $x > c$ $\max\{2+x, 2+y, c\} =2+x$,а также при $x\leq c$ $\max\{2+x, 2+y, c\} = c$; а если $x<y$ то при $x \in(-\infty,\infty)$ $\max\{2+x, 2+y, c\} = 2+y$. Дальше я исследовал полином $a\odot x\oplus b\odot y\oplus 1 = \max\{a+x, b+y,1\}$ и сделал

следующий вывод: если $a \geq b$ то при условии $x \geq y$ и $x \geq 1$ max $\{a+x, b+y, 1\} = a+x$, а при $x<1$ max $\{a+x, b+y, 1\} = 1$, а при условии $x<y$ и $x \in(-\infty, \infty)$ max $\{a+x, b+y, 1\} = b+y$; а если $a<b$ то при условии $x>y$ и $x \geq 1$ max $\{a+x, b+y, 1\} = a+x$, а при $x<1$ max $\{a+x, b+y, 1\} = 1$; а при условии $x \leq y$ и $x \geq 1$ max $\{a+x, b+y, 1\} = b+y$, а при $x<1$ max $\{a+x, b+y, 1\} = 1$. В конце концов я исследовал полином $a \odot x \oplus b \odot y \oplus c$ = max $\{a+x, b+y, c\}$ и сделал аналогичный вывод: если $a \geq b$ то при условии $x \geq y$ и $x \geq c$ max $\{a+x, b+y, c\} = a+x$, а при $x< c$ max $\{a+x, b+y, c\} = c$, а при условии $x<y$ и $x \in(-\infty, \infty)$ max $\{a+x, b+y, c\} = b+y$; а если $a<b$ то при условии $x>y$ и $x \geq c$ max $\{a+x, b+y, c\} = a+x$, а при $x< c$ max $\{a+x, b+y, c\} = c$; а при условии $x \leq y$ и $x \geq c$ max $\{a+x, b+y, c = b+y$, а при $x< c$ max $\{a+x, b+y, c\} = c$.

Дальнейшие цели: исследование тропических полиномов от двух переменных второй и последующих степеней, сформулировать и доказать тропическую версию основной теоремы алгебры для тропических полиномов от двух переменных.

Область применения тропических полиномов от двух переменных: они могут быть применены в тех областях, где используются полиномы от двух переменных в качестве математической модели и где поможет упрощение полиномов от двух переменных.