

МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ

Сидлик А.И.,

научный руководитель докт. физ.-мат. наук профессор Воробьев О.Ю.

Сибирский федеральный университет,

Институт математики

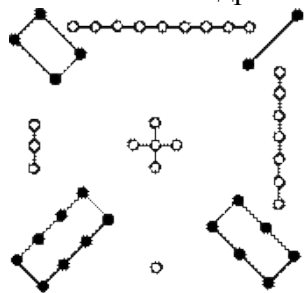
Великие ученые древности считали количественные отношения основой сущности мира. Поэтому числа и их соотношения занимали величайшие умы человечества. «В дни моей юности я в свободное время развлекался тем, что составлял... магические квадраты»- писал Бенджамин Франклин. Магический квадрат- это квадрат, сумма чисел которого в каждом горизонтальном ряду, в каждом вертикальном ряду и по каждой из диагоналей одна и та же.

Некоторые выдающиеся математики посвятили свои работы магическим квадратам и полученные ими результаты оказали влияние на развитие групп, структур, латинских квадратов, определителей, разбиений, матриц, сравнений и других нетривиальных разделов математики.

ИСТОРИЯ ПОЯВЛЕНИЯ МАГИЧЕСКИХ КВАДРАТОВ

Магический квадрат - квадратная таблица из целых чисел, в которой суммы чисел вдоль любой строки, любого столбца и любой из двух главных диагоналей равны одному и тому же числу.

Магический квадрат – древнекитайского происхождения. Согласно легенде, во времена правления императора Ю (ок. 2200 до н.э.) из вод Хуанхэ (Желтой реки) всплыла священная черепаха, на панцире которой были начертаны таинственные иероглифы (рис. 1,а), и эти знаки известны под названием ло-шу и равносильны магическому квадрату, изображенному на рис. 1,б. В 11 в. о магических квадратах узнали в Индии, а затем в Японии, где в 16 в. магическим квадратам была посвящена обширная литература. Европейцев с магическими квадратами познакомил в 15 в. византийский писатель Э.Мосхопулос. Первым квадратом, придуманным европейцем, считается квадрат А.Дюрера (рис. 2), изображенный на его знаменитой гравюре Меланхолия 1. Дата создания гравюры (1514) указана числами, стоящими в двух центральных клетках нижней строки. Магическим квадратам приписывали различные мистические свойства. В 16 в. Корнелий Генрих Агриппа построил квадраты 3-го, 4-го, 5-го, 6-го, 7-го, 8-го и 9-го порядков, которые были связаны с астрологией 7 планет. Бытовало поверье, что выгравированный на серебре магический квадрат защищает от чумы. Даже сегодня среди атрибутов европейских прорицателей можно увидеть магические квадраты.



а

4	9	2	16	3	2	13
3	5	7	5	10	11	8
8	1	6	9	6	7	12
			4	15	14	1

б

рис.1 рис.2

В 19 и 20 вв. интерес к магическим квадратам вспыхнул с новой силой. Их стали исследовать с помощью методов высшей алгебры.

МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ.

Полного описания всех возможных магических квадратов не получено и до сего времени. Магических квадратов 2×2 не существует. Существует единственный магический квадрат 3×3 , так как остальные магические квадраты 3×3 получаются из него либо поворотом вокруг центра, либо отражением относительно одной из его осей симметрии.

Расположить натуральные числа от 1 до 9 в магический квадрат 3×3 можно 8 различными способами:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

$9+5+1$; $9+4+2$; $8+6+2$; $8+5+2$; $8+4+3$; $7+6+2$; $7+5+3$; $6+5+4$

В магическом квадрате 3×3 магической постоянной 15 должны быть равны сумме трех чисел по 8 направлениям: по 3 строкам, 3 столбцам и 2 диагоналям. Так как число, стоящее в центре, принадлежит 1 строке, 1 столбцу и 2 диагоналям, оно входит в 4 из 8 троек, дающих в сумме магическую постоянную. Такое число только одно: это 5. Следовательно, число, стоящее в центре магического квадрата 3×3 , уже известно: оно равно 5.

Рассмотрим число угловая клетка принадлежит 3 тройкам: строке, столбцу и диагонали. Следовательно, число 9 должно стоять в какой-то клетке, примыкающей к стороне квадрата в ее 9. Оно входит только в 2 тройки чисел. Мы не можем поместить его в угол, так как каждая середина. Из-за симметрии квадрата безразлично, какую из сторон мы выберем, поэтому пишем 9 над числом 5, стоящим в центральной клетке. По обе стороны от девятки в верхней строке мы можем вписать только числа 2 и 4. Какое из этих двух чисел окажется в правом верхнем углу и какое в левом, опять – таки не имеет значения, так как одно расположение чисел переходит в другое при зеркальном отражении. Остальные клетки заполняются автоматически. Проведенное нами простое построение магического квадрата 3×3 доказывает его единственность.

Такой магический квадрат был у древних китайцев символом огромного значения. Цифра 5 в середине означала землю, а вокруг нее в строгом равновесии располагались огонь (2 и 7), вода (1 и 6), дерево (3 и 8), металл (4 и 9).

С увеличением размеров квадрата (числа клеток) быстро растет количество возможных магических квадратов такого размера. Существует 880 магических квадратов порядка 4 и 275 305 224 магических квадратов порядка 5. Причем, квадраты 5×5 были известны еще в средние века. Мусульмане, например, очень благоговейно относились к таким квадратам с цифрой 1 в середине, считая его символом единства Аллаха.

МАГИЧЕСКИЙ КВАДРАТ ПИФАГОРА

Великий ученый Пифагор, основавший религиозно – философское учение, провозгласившее количественные отношения основой сущности вещей, считал, что сущность человека заключается тоже в числе – дате рождения. Поэтому с помощью магического квадрата Пифагора можно познать характер человека, степень отпущенного здоровья и его потенциальные возможности, раскрыть достоинства и недостатки и тем самым выявить, что следует предпринять для его совершенствования.

Для того, чтобы понять, что такое магический квадрат Пифагора и как подсчитываются его показатели, сделаю его расчет. Для этого возьмем, какую ни будь в расчет дату рождения. Итак, например 20.08.1986. Сложим цифры дня, месяца и года рождения (без учета нулей): $2+8+1+9+8+6=34$. Далее складываем цифры результата: $3+4=7$. Затем из первой суммы вычитаем удвоенную первую цифру дня рождения: $34-4=30$. И вновь складываем цифры последнего числа: $3+0=3$. Осталось сделать последние сложения – 1-й и 3-й и 2-й и 4-й сумм: $34+30=64$, $7+3=10$. Получили числа 20.08.1986, 34, 7, 30, 64, 10. и составляем магический квадрат так, чтобы все единицы этих чисел вошли в ячейку 1, все двойки – в ячейку 2 и т. д. Нули при этом во внимание не принимаются. В результате мой квадрат будет выглядеть следующим образом:

44	9	2
33	-	7
88	11	66

Итак, составив магический квадрат Пифагора вы сможете в достаточной мере оценить те качества вашей натуры, которыми наделила матушка – природа.

ЛАТИНСКИЕ КВАДРАТЫ.

Не смотря на то, что математиков интересовали в основном магические квадраты наибольшее применение в науке и технике нашли латинские квадраты.

Латинским квадратом называется квадрат $n \times n$ клеток, в которых написаны числа 1, 2, ..., n, притом так, что в каждой строке и каждом столбце встречаются все эти числа по одному разу. На рис.3 изображены два таких квадрата 4×4 . Они обладают интересной особенностью: если один квадрат наложить на другой, то все пары получившихся чисел оказываются различными. Такие пары латинских квадратов называются ортогональными.

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

Магические и латинские квадраты – близкие родственники. Пусть мы имеем два ортогональных квадрата. Заполним клетки нового квадрата тех же размеров следующим образом. Поставим туда число $n(a-1)+b$, где a - число в такой клетке

первого квадрата, а b - число в такой же клетке второго квадрата. Нетрудно понять, что в полученном квадрате суммы чисел в строках и столбцах (но не обязательно на диагоналях) будут одинаковы.

Теория латинских квадратов нашла многочисленные применения, как в самой математике, так и в ее приложениях. Использование ортогональных латинских квадратов помогает учесть все возможные варианты в экспериментах в сельском хозяйстве, физике, химии, технике.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем реферате рассмотрены вопросы, связанные с историей развития одного из вопросов математики, занимавшего умы очень многих великих людей, - магических квадратов. Несмотря на то, что собственно магические квадраты не нашли широкого применения в науке и технике, они подвигли на занятия математикой множество незаурядных людей и способствовали развитию других разделов математики (теории групп, определителей, матриц и т.д.).

Ближайшие родственники магических квадратов – латинские квадраты нашли многочисленные применения как в математике, так и в ее приложениях при постановке и обработке результатов экспериментов. В реферате приведен пример постановки такого эксперимента. В реферате также рассмотрен вопрос о квадрате Пифагора, представляющем исторический интерес и, возможно, полезном для составления психологического портрета личности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Энциклопедический словарь юного математика. М., «Педагогика», 1989г.
2. М.Гарднер «Путешествие во времени», М., «Мир», 1990г.
3. Физкультура и спорт № 10, 1998г.