

# **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЙ В СЛОИСТЫХ УПРУГИХ СРЕДАХ С ТОНКИМИ ВЯЗКОУПРУГИМИ ПРОСЛОЙКАМИ**

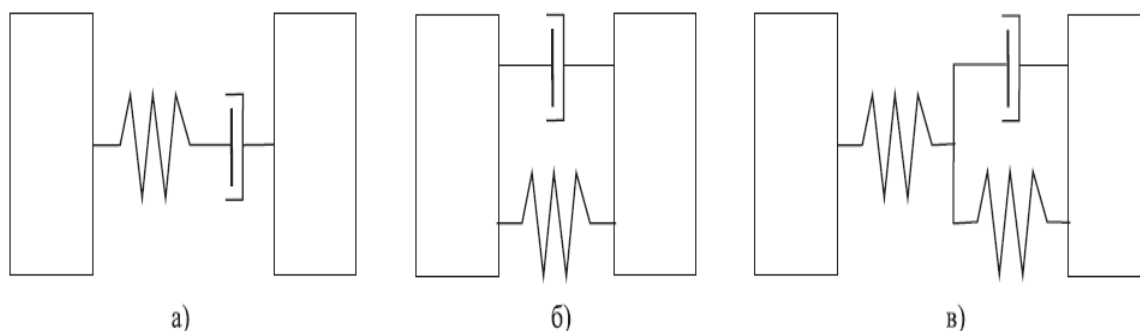
**Похабова М.А.**

**научный руководитель д-р. физ.-мат. наук Садовский В. М.**

*Институт математики*

*Сибирский федеральный университет*

Разработаны вычислительные алгоритмы для анализа распространения волн напряжений и деформаций в структурно неоднородных средах типа горных пород [1], состоящих из большого количества упругих деформируемых слоев с тонкими вязкоупругими прослойками. На основе реологического метода построены модели деформирования прослоек различного уровня сложности, описывающие упругие и вязкоупругие свойства материала.



*Рис. 1. Реологические схемы взаимодействия блоков:*

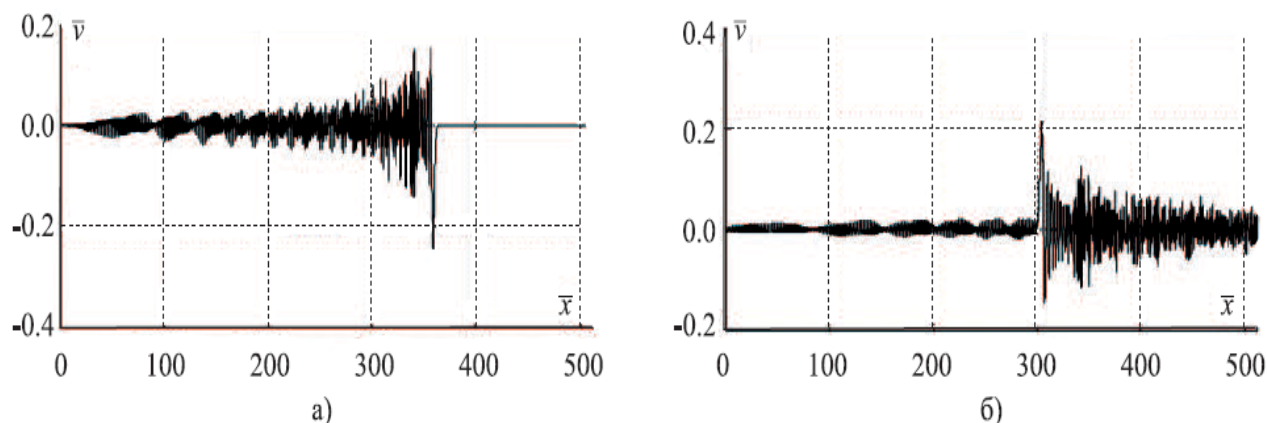
*а) модель Максвелла, б) модель Кельвина – Фойхта, в) модель Пойнтинга – Томсона*

Наиболее простой вид имеют модели вязкоупругого деформирования, которые строятся с помощью двух реологических элементов – упругой пружины и вязкого демпфера [2]. Они записываются в виде систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений.

На практике процесс сжатия обычно вызывает большее сопротивление материала, чем процесс растяжения. Предельный вариант несимметричного взаимодействия блоков описывается схемой жесткого контакта, согласно которой при сжатии перемещения, скорости и напряжения непрерывны на границе раздела (т.е. прослойка считается абсолютно жесткой), а при растяжении эта граница представляет собой свободную поверхность. Нелинейные граничные условия жесткого контакта формулируются в терминах вариационного неравенства, для численного решения которого разработан специальный алгоритм корректировки напряжений.

При численном решении одномерных задач применены монотонные сеточно-характеристические схемы со сбалансированным числом шагов по времени в слоях и прослойках.

Верификация вычислительных алгоритмов и программ проводилась путем сравнения результатов расчетов с точным решением задачи об отражении и прохождении монохроматической волны через прослойку между двумя протяженными блоками, занимающими левое и правое полупространства.



*Рис.2. Распределение скорости за фронтом падающей (а) и отраженной (б) волн, вызванных в слоистой среде воздействием короткого импульса*

Приведенные на рис. 2 результаты демонстрируют качественное отличие волновой картины в слоистых средах по сравнению с однородной средой. Это отличие заключается в появлении отраженных от прослоек волн – характерных осцилляций за фронтом волны нагружения по мере ее прохождения через границы раздела.

В процессе тестирования алгоритмов проводились аналогичные расчеты для упругих прослоек, импеданс которых совпадает с импедансом слоев, а плотность на порядок ниже их плотности. В этом случае волна, вызванная импульсным воздействием на границе, проходит через прослойки как в однородной среде в виде уединенного импульса, но ее скорость естественным образом корректируется, поскольку скорости распространения возмущений в слое и в прослойке сильно различаются. Амплитуда волны практически не искажается на протяжении сотен тысяч шагов по времени основной схемы.

Большая серия методических расчетов показала, что если механические параметры материалов, а также толщины слоев и прослоек не позволяют производить сбалансированный расчет задачи с предельно допустимыми шагами по времени, то для достижения удовлетворительной точности необходимо шаг в прослойке выбрать предельным, а в основном слое применить схему повышенной точности с реконструкцией решения, производя расчет с шагом ниже предельного значения.

Одной из важнейших технологических задач угледобычи является прогноз внезапного обрушения кровли угольных шахт. Этому процессу предшествует ослабление механического контакта между блоками: порода приобретает ослабленную микроструктуру. Такое состояние среды можно обнаружить, возбуждая в ней упругие волны малой амплитуды и регистрируя отклик на эти возмущения, что может быть использовано при разработке специальных технических устройств для своевременного предсказания и предотвращения аварийных ситуаций, связанных с внезапным обрушением кровли угольных шахт.

Цель работы состоит в разработке надежных вычислительных алгоритмов для расчета распространения упругих волн в горных породах на основе математических моделей, учитывающих сложные реологические свойства материала прослоек. Предлагаемые алгоритмы реализованы в виде параллельных программ для многопроцессорных кластерных и графических вычислительных систем. Одномерные расчеты плоских волн, выполненные на суперкомпьютерах для большого числа слоев, позволили проанализировать специфические “маятниковые” волны, связанные со структурной неоднородностью среды.