УДК 51-7

ЗОЛОТАЯ ПРОПОРЦИЯ В МАТЕМАТИКЕ, ХИМИИ, КРИСТАЛЛОГРАФИИ, СТРОИТЕЛЬСТВЕ И ЗАКОНАХ ЖИВОЙ ПРИРОДЫ

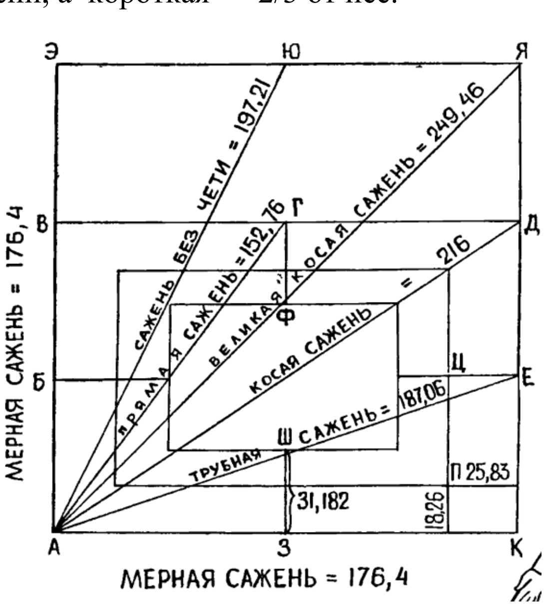
Прокопьев А. А., Петрова И.Ю.,
научный руководитель канд. геол.-мин. наук Крафт С.Л.
Инженерно-строительный институт Сибирского федерального универститета

В настоящее время нам совершенной представляется метрическая система мер с ее единственным эталоном — простым и удобным метром. Но человек всегда, приобретая одно, теряет другое. С введением в обиход метра мы потеряли естественную, гармоническую систему мер наших предков, основанную на пропорциях человеческого тела. Мы получили простую и удобную, но обезличенную, чуждую человеку «мертвую» систему мер длины. Отказавшись от системы саженей — хорошо продуманной, основанной на гармонии пропорций, мы постепенно ушли и от гармонических принципов построения архитектурных сооружений. Вместо сложных, близких к природе, очеловеченных пропорций здания с множеством округленных очертаний, мы пришли к убогой прямолинейности геометрически правильных сооружений. В старину были приняты локти, футы, различные сажени. Фут в свою очередь выступал «строительным модулем».

В Древней Руси строители использовали сажени и их разновидности. Долгое время считали, что зодчие Древней Руси строили все «на глазок», без особых математических расчетов. Однако новейшие исследования показали, что русские архитекторы хорошо знали математические пропорции. В работах Б.А. Рыбакова и И.Ш. Шевелева прослеживается связь “золотой пропорции” с классификацией саженей.

Графическим выражением двух систем мер длины Древней Руси (одной, основанной на простой сажени, и другой, основанной на мерной сажени) являются, по мнению Б. А. Рыбакова, хорошо известные «вавилоны», которые представляют собой систему вписанных квадратов и прямоугольников. Наименование «вавилоны» взято из русских источников XVII века и является отражением схематического изображения в плане знаменитого храма-зиккурата — Вавилонской башни. Для построения мерного «вавилона» Б. А. Рыбаков в качестве основы берет мерную сажень, равную 176,4 см (по разным источникам ее величина колеблется между 176,0 и 176,8 см). На основе этой сажени строится квадрат, а затем и прямоугольный «вавилон», длинная сторона которого равна мерной сажени, а короткая — 2/3 от нее.

рис. 1

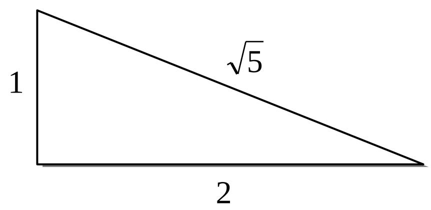


Из полученной таким образом геометрической фигуры Б. А. Рыбаков вывел все виды древнерусских саженей. Великая сажень — диагональ квадрата, сажень без чети — диагональ половины квадрата, мерная сажень — сторона квадрата, косая сажень — диагональ прямоугольного «вавилона», прямая сажень — диагональ короткой половины «вавилона», трубная сажень — диагональ длинной половины «вавилона» и так далее. Все сажени оказываются связанными в удивительно простую и стройную геометрическую систему, содержащую систему мер Древней Руси. Оказалось, что из построений «вавилона» вытекают не только сажени, но и другие меры длины. Так, отрезки БТ и ЕЕ на рисунке отвечают локтю (44,1 сантиметра) и равны 1/4 мерной сажени. Отрезки ГФ и ШЗ равны 1/2 локтя «смоленского» и равны 1/8 великой сажени.

Многие ученые считают первооткрывателем “золотой пропорции” Пифагора. Именно он с помощью своих знаменитых треугольников вывел эту пропорцию, а ведь таковой была наука древнего мира.

Рассмотрим, например, простейший прямоугольный треугольник с отношением катетов 1:2 .

(рис. 2).



В этом треугольнике величина малого катета равна 1, а большого — 2. По теореме Пифагора длина гипотенузы в нем равна $\sqrt{5}$.. Этот треугольник был хорошо известен в древнем мире, во многих сооружениях того периода преобладают пропорции, равные отношениям катетов и гипотенузы прямоугольного треугольника со сторонами 1:2:$\sqrt{5}$. Рассмотренный треугольник был, конечно, хорошо известен и Пифагору, и мог послужить основой для развития различных математических идей или для их подтверждения. Величина гипотенузы такого треугольника, равная $\sqrt{5}$, могла дать начало открытию несоизмеримых или иррациональных чисел. К тому же число «пять» у пифагорейцев считалось священным и служило своеобразным символом их союза. Соотношения сторон а, Ь, с данного треугольника очень простые и понятные каждому, знающему основы геометрии: а/Ь =1:2, с/а = $\sqrt{5}$ /1, c/b =$\sqrt{5}$/2. Однако из этих величин следует и еще одно отношение (а + с)/Ь=(1 + $\sqrt{5}$)/2, равное 1,618033.... Это и есть золотая пропорция, которую обычно обозначают буквой Ф. Как видим, эта замечательная пропорция буквально лежала на поверхности — ее нужно было только увидеть.

Соотношения “Золотой пропорции” четко прослеживаются и в Египетских пирамидах, появившихся задолго до рождения великого ученого Пифагора.

Рассмотрим размеры пирамиды Хеопса (рис. 3).

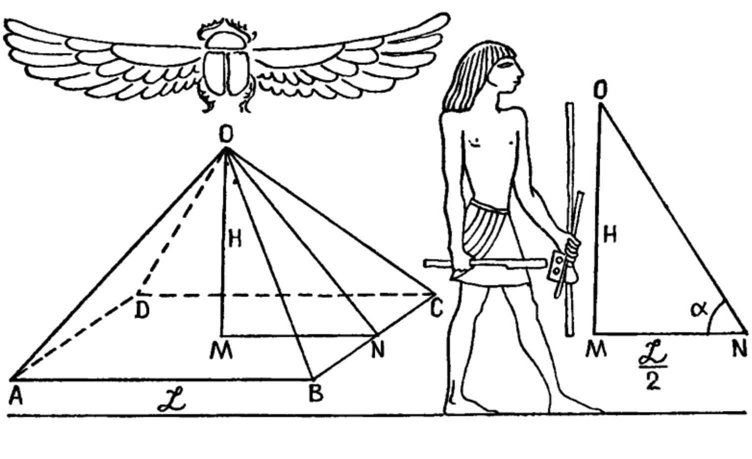


Рис.3

Длина стороны основания пирамиды (L) принята равной 233,16 м, 500 локтей. Высота пирамиды (H) оценивается исследователями различно от 146,6 до 148,2 м. Угол наклона граней пирамиды еще в 1837 году определил английский полковник Г. Вайз: он равен 51°51'. Его величина и сегодня признается большинством исследователей, а указанному значению угла α отвечает тангенс (tga), равный 1,27306. Эта величина, отвечающая отношению высот пирамиды к половине ее основания, очень близка к корню квадратному ‘золотой пропорции” Ф= 1,27202 и является иррациональной величиной. Есть основания предполагать (это будет видно из изложенного дальше), что в основу треугольника OMN пирамиды Хеопса и было заложено отношение 0M/MN, равное $\sqrt{Ф}$= 1,272. Если принять угол α равным 51°50', то есть уменьшить всего на одну угловую минуту, величина tg α станет равной 1,272. Следует отметить, что, по данным М. Гика, угол наклона граней пирамиды, измеренный в 1840 году тем же Г. Вайзом, равен 50°50'. Итак, примем первоначальный угол наклона граней пирамиды равным 5150', а отношение катетов, то есть высоты пирамиды H к половине ее основания, равным 1,272. При этом высота пирамиды Хеопса будет равна точно 318 локтей, или 148,28 м. Вот такую высоту, очевидно, имела пирамида Хеопса при завершении ее сооружения (или должна была иметь по-проекту; а у каких строителей не бывает отклонений от проекта?!). Таким образом, основные элементы конструкции пирамиды имели следующие размеры: сторона основания — 500 локтей, высота — 318 локтей. Отсюда следует, что апофема боковой грани ON равна 404,5 локтя (здесь дробная часть локтя не должна удивлять, ведь этот размер пирамиды не замерялся во время строительства, а являлся производным). Итак, мы реконструировали основные размеры пирамиды фараона Хеопса, определяющие ее архитектурную идею. А теперь посмотрим, какие интересные соотношения следуют из этих геометрических размеров. Отношения сторон в треугольнике OMN пирамиды равно: OM/MN=ON/OM= 1,272=1/Ф; ON/MN= 1,618= Ф. Как видно, отношение длины апофемы боковой грани к половине стороны ее основания отвечает “золотой пропорции”.

Исследователями уже давно отмечена очень тесная связь “золотой пропорции”с числами Фибоначчи, которые представляют собой ряд чисел, где последующее число равно сумме двух предыдущих $U_1, U_2 \ldots U_n$, где $U_n = U_{n-1} + U_{n-2}$. Такие последовательности, в которых каждый член является функцией предыдущих, называют в математике рекуррентными, или возвратными последовательностями. Рекуррентным является и ряд чисел Фибоначчи, а члены этого ряда называют числами Фибоначчи. Оказалось, что они обладают рядом интересных и важных свойств. Спустя четыре столетия после открытия Фибоначчи ряда чисел И. Кеплер (1571—1630) установил, что отношение рядом стоящих чисел в пределе стремится к “золотой пропорции” на языке математики это выражается формулой $U_{n+1}/U_n \rightarrow \Phi$ $при$ $n \rightarrow \infty$. Здесь ф = 1.61803….

Связь чисел Фибоначчи с законами развития живой и неживой природы также отмечена учеными, эти числа оказывают влияние и на соотношение количественного состава соединений в химии. В XVII в. химики накопили значительный объем знаний, научились разлагать многие сложные вещества на простые, из простых получать сложные. Выяснили, что соединения имеют строго постоянный состав, независимый от условий их образования. Если же соединений несколько, то состав их изменяется скачком, от одного постоянного к другому и в формулах соединений встречаются числа Фибоначчи.

В мире неживой природы большую роль играет симметрия. У кристаллов горных пород можно встретить виды симметрии с осями третьего, четвертого, шестого порядка. В живой природе так же много примеров проявления “золотой пропорции” и чисел Фибоначчи. Было установлено, что число органов у растений изменяется не непрерывно, принимая любые значения, а дискретно, скачками, и этими дискретными величинами являются числа Фибоначчи. Законы последовательного расположения листьев, чешуек, семян называют филлотаксисом. В явлении филлотаксиса сконцентрированы многие важнейшие закономерности строения и развития организмов: 1) принцип роста (членения целого на части) в соответствии с рядом чисел Фибоначчи, 2) спиральность развития, 3) винтовая симметрия (которая проявляется от строения ДНК и РНК до раковин моллюсков и тела человека), 4) единство непрерывного и дискретного в развитии.

Разнообразие живых организмов разобщает их, дробит живую природу на множество представителей, между которыми так много различий и так мало общего, но общее есть. В расположении чешуек рыб, строении раковин, как древних, так и современных, проявляются закономерности чисел Фибоначчи и “золотой пропорции”. У многих насекомых соотношение размеров грудной и брюшной части тела отвечает “золотой пропорции”. Даже развитие скелета животных характеризуется дискретным изменением числа костей в различных органах животных, и эти числа отвечают числам Фибоначчи или очень близки к ним, образуя ряд 3, 5, 8, 13, 21, 34... Кроме того, на молекулярном уровне организации различных организмов проявляются закономерности “золотой пропорции” и чисел Фибоначчи. Например, число хромосом, являющихся носителями молекул ДНК, в растениях и животных различных видов. По-видимому, к таким общим принципам организации организмов, основ их морфологии и развития, относятся закономерности “золотой пропорции” и чисел Фибоначчи.

Таким образом, можно отметить, что числам Фибоначчи и законам “золотой пропорции”, с которой они тесно связаны, подчиняется как все живое на Земле, так и застывшая природа, а также творения рук человека, которые воспринимаются нами как гармоничные. По всей вероятности, это происходит потому, что мы сами устроены по законам “золотой пропорции”.