УДК 532.529

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СТРУИ ЖИДКОСТИ В БОЛЕЕ ПЛОТНОЙ СРЕДЕ

Гильманов С. А.

Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета

Представлена теоретическая модель струйного распространения жидкости с положительной плавучестью в воде. Она представляет собой систему дифференциальных уравнений, позволяющую определить траекторию осевой линии струи, площади ее поперечного сечения вдоль осевой линии в зависимости от поля скоростей внешнего потока, а также расхода, скорости и направления струи на начальном сечении. На основе численного решения принятой системы уравнений изучены некоторые особенности таких струйных течений в воде. Проанализировано влияние параметров струи вблизи источника (скорости и направления истечения, расхода, например) на ее дальнейшую эволюцию.

Введение. Возможные масштабы загрязнения водоемов и рек при нарушении герметичности трубопроводов, находящихся в них, зависят от поля скоростей самих водоемов, глубины залегания трубопроводов, размеров и характера разрывов, а также от интенсивности выбросов и свойств этих жидкостей. Наиболее интересным с точки зрения практики является ситуация, когда трубопровод заполнен более легкой по плотности, но более густой (вязкой), чем вода, жидкостью (нефтью, например). Процесс распространения таких жидкостей с положительной плавучестью относительно воды состоит из двух этапов. На первом под воздействием сил плавучести происходит подъем на зеркальную поверхность водоема, а на втором их растекание вдоль зеркальной поверхности. Ниже рассматривается первый этап.

Основные уравнения. Теоретическое описание струйного течения густой жидкости в более тяжелой жидкой среде будем проводить на основе следующих допущений. Примем, что отсутствует массообмен между струей и окружающей средой; течение окружающей струю жидкости установившееся, т. е. направление и скорость течения не зависят от времени. Кроме этого, источник выбросов действует с некоторой постоянной интенсивностью достаточно долгое время и поэтому струю (ее конфигурацию и течение в ней) можно считать стационарной. Необходимо отметить, что эта модель пригодна для расчета начального участка, когда струя сохраняет целостность. Представляется, что в плане оценки масштабов, а также участков загрязнения определяющую роль играет этот участок.

Для описания рассматриваемого процесса введем параметры струи. Пусть $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$ – осевая линия струи (рис. 1), являющаяся искомой. В дальнейшем ее будем называть траекторией струи, которая параметризована естественным образом. Поперечное сечение струи для любого s представляет собой круг радиуса $a = a(s)$. Кроме того, средняя по сечению скорость v также является функцией только от длины дуги s. Таким образом, течение жидкости в пределах струи будет рассматриваться в квазиодномерном приближении.

Пусть начало координат совпадает с источником легкой жидкости. Ось $0x$ направим по течению жидкости в окружающей среде, ось $0y$ – перпендикулярно течению в горизонтальной плоскости, а ось $0z$ – вертикально вверх. Тогда траектория струи будет проходить через начало координат. В общем случае траектория представляет собой трехмерную кривую, вид которой определяется направлением скорости истечения из источника, объемным расходом, плотностью легкой жидкости, а также плотностью и полем скоростей окружающего потока.

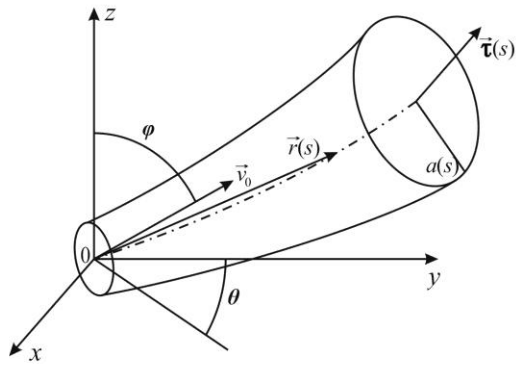

Рис.1. Схема струи.

Система уравнений, описывающих поведение струи имеет вид:

$$\frac{dm}{ds}=0 \tag{1}$$

Уравнение импульсов для жидкости в струе запишем в виде:

$$m\frac{d\mathbf{v}}{ds}=\pi a^2(\rho_w-\rho_f)g\mathbf{k}+\mathbf{f}\,,\ \mathbf{v}=v\boldsymbol{\tau},\ \boldsymbol{\tau}=\frac{d\mathbf{r}}{ds}\,, \tag{2}$$

$$\mathbf{f}=\mathbf{f}_\tau+\mathbf{f}_n \tag{3}$$

$$\mathbf{f}_\tau=-C_\tau\pi a\rho_f\left|v-w_\tau\right|\left(v-w_\tau\right)\boldsymbol{\tau}\,,\ \mathbf{f}_n=C_n a\rho_w w_n^2\mathbf{n},\quad \mathbf{n}=\frac{\mathbf{w}_n}{\left|\mathbf{w}_n\right|} \tag{4}$$

$$C_\tau=C_\tau^{(0)}\chi_\tau,\ \ C_\tau^{(0)}=\frac{0.316\chi_\tau}{\mathrm{Re}_\tau^{0.25}},\quad \chi_\tau=\left(1+0.4\left(\frac{\rho_f\mu_f}{\rho_w\mu_w}\right)^{0.25}\mathrm{Re}_\tau^{0.125}\right)^{-2},\ \ C_n=\frac{\chi_n}{2}\,. \tag{5}$$

Систему дифференциальных уравнений необходимо дополнить кинематическим соотношением:

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)^2+\left(\frac{dy}{ds}\right)^2+\left(\frac{dz}{ds}\right)^2=1, \tag{6}$$

следующим из условия $\left|\boldsymbol{\tau}\right|=1$.

При известных значениях параметров a_0, m, ρ_f, ρ_w, поля скоростей $w(x,y,z)$, а также составляющих вектора $\boldsymbol{\tau}_0$, определяющего направление струи на стоке, система дифференциальных уравнений (8) позволяет определить траекторию струи, а также величину скорости $v(s)$. Принятые выше допущения могут быть записаны в виде следующих начальных данных Коши при $s=0$:

$$x=y=z=0,\ \frac{dx}{ds}=\tau_{0x},\ \frac{dy}{ds}=\tau_{0y},\ \frac{dz}{ds}=\tau_{0z},\ v=v_0 \tag{7}$$

Рассмотрим распространение струи в стоячей жидкой среде ($w=0$). Пусть источник бьет вертикально вверх ($\tau_{0x}=\tau_{0y}=0$, $\tau_{0z}=1$). Тогда траектория струи будет прямой, совпадающей с осью $0z$. Уравнение импульсов для этого случая запишется в виде:

$$m\frac{dv}{dz}=\pi a^2\left(\rho_w-\rho_f\right)g-C_\tau\pi a\rho_f v^2\,. \tag{8}$$

С учетом уравнения неразрывности из (11) можно получить

$$\frac{dv}{dz}=\frac{g'}{v}-\frac{C_\tau}{a_0\sqrt{v_0}}v^{\frac{3}{2}} \tag{9}$$

Если пренебречь силами сопротивления ($C_\tau=0$), то уравнение имеет аналитическое решение

$$v=\sqrt{v_0^2+2g'z},\quad a=a_0\sqrt[4]{v_0^2/(v_0^2+2g'z)}\,. \tag{10}$$

Согласно данному решению происходит монотонное увеличение скорости и снижение радиуса струи с высотой.

Пусть направление скорости истечения, определяемое вектором $\boldsymbol{\tau}_0$, произвольное. Тогда очевидно, что траектория струи будет представлять собой плоскую линию. Систему координат выберем так, чтобы траектория лежала в плоскости $x0z$. Пусть направление скорости струи на выходе из источника с вертикальной осью образует угол φ. Тогда компоненты единичного вектора $\boldsymbol{\tau}_0$ можем записать в виде $\tau_{0x}=\cos\varphi,\ \ \tau_{0z}=\sin\varphi$. В случае пренебрежения силой сопротивления $(C_\tau=0)$ на основе уравнений (8) получено аналитическое решение, определяющее траекторию струи и закон изменения скорости вдоль струи:

$$z=\frac{g'x^2}{2v_0^2}\left(1+\mathrm{ctg}^2\varphi\right)+x\,\mathrm{ctg}\,\varphi,\qquad v=\sqrt{v_0^2+2g'z} \tag{11}$$

Из этого решения получена граница зоны безопасности, как огибающая траектории, описываемую формулой (14) при изменении угла φ от 0 до π :

$$z=\frac{g'x^2}{2v_0^2}-\frac{v_0^2}{2g'}\,. \tag{12}$$

На рис. 2 для величин расхода $m=10$ кг/с, ($a_0=5$ см, $v_0=1.82$ м/с) представлены результаты расчетов, иллюстрирующие влияние начального направления скорости жидкости, определяемой углом φ атаки на параметры струи. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют значениям угла $\varphi=\pi/6,\,\pi/2,\,5\pi/6$. Штрихпунктирные кривые получены согласно решению (11), пунктирная – по формуле (12). Сплошные кривые – результат численного интегрирования уравнений (8).

Из графиков следует, что независимо от начального направления жидкости величины скорости жидкости и радиуса сечения струи асимптотически стремятся к одним и тем же предельным величинам v_∞ и a_∞. При этом максимальное удаление осевой линии, приобретающей в пределе вертикальное направление, от оси реализуется, когда начальное направление скорости жидкости определяется углом, несколько превышающим прямой угол. Кроме того, следует отметить, что в случаях, когда струя вначале бьет горизонтально $(\varphi=\pi/2)$ или ниже горизонта $(\varphi=5\pi/6)$, распределение скорости жидкости и величина радиуса вдоль осевой линии струи немонотонны. Вышеуказанное поведение связано с тем, что для этих случаев на начальном участке происходит активное торможение (гашение) скорости жидкости в струе. Причем в случае, когда $\pi/2<\varphi<\pi$, силы сопротивления и силы плавучести работают в одной «упряжке».

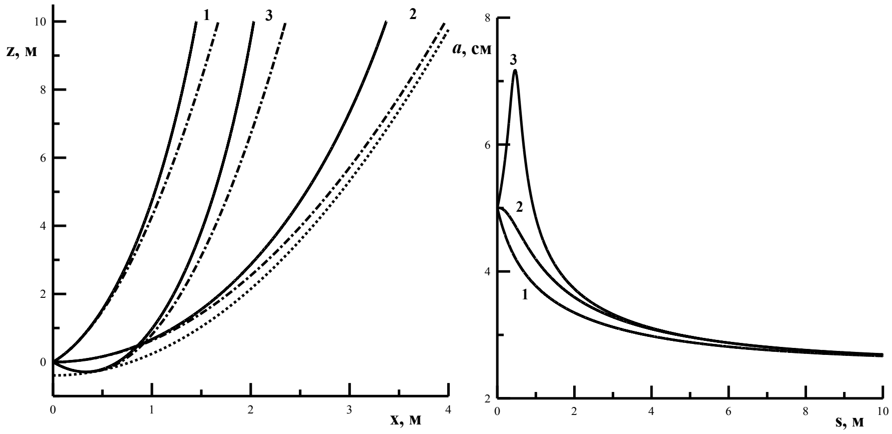

Рис. 2. Траектории и радиусы сечения струи

Заключение. Представлена теоретическая модель струйного течения жидкости в потоке другой жидкости с учетом сил плавучести. Эта модель позволяет рассчитать начальную зону. Установлено, что в зависимости от величины начальной скорости и ее направления по отношению к вертикали и скорости потока форма струи может быть монотонно расширяющейся или сужающейся, а также расширяющейся на начальном участке и затем сужающейся. Представляется, что эта модель позволяет рассчитывать начальный участок распространения струйных выбросов жидкости в воде.