УДК 523.942

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ИЗГИБНЫХ ВОЛН В ТОНКИХ МАГНИТНЫХ СИЛОВЫХ ТРУБКАХ НА СОЛНЦЕ

Лопин И.П.,
научный руководитель к-т физ.-мат. наук Нагорный И.Г.
Институт информатики и процессов управления ДВО РАН

Из наблюдений известно, что солнечная фотосфера и хромосфера пронизаны сильными вертикальными магнитными полями, которые концентрируются в виде силовых трубок, расположенных на границах ячеек супергрануляции. Такие силовый трубки поддерживают распространение нескольких типов волновых возмущений, а именно продольных и поперечных трубочных волн и альвеновских волн кручения. Большое внимание в литературе уделяется вопросам генерации и распространения трубочных волн. Главным образом, это мотивировано тем фактом, что именно волны магнитного типа, распространяющиеся вдоль силовых трубок, рассматриваются как основной источник нагрева солнечной атмосферы. Одним из основных механизмов генерации трубочных волн является воздействие турбулентных движений в верхней области конвективной зоны на магнитные трубки. Такое воздействие проявляет себя в виде либо сжатия трубок, либо смещения трубок как целого (“встряхивания”). Посредством последнего механизма эффективно генерируются изгибные (поперечные) трубочные волны, являющиеся предметом данной работы.

Первоначально, аналитическое описание распространения изгибных волн в гравитационно-стратифицированной магнитной силовой трубке было осуществлено Спруитом . Он рассмотрел модель вертикальной, изотермической тонкой силовой трубки, находящейся в тепловом балансе с внешней незамагниченной изотермической средой и ввел так называемую критическую частоту отсечки для изгибных волн, которая разделяет ветви распространяющихся и нераспространяющихся (эванесцентных) волн В своем анализе Спруит принял ряд допущения. Основное из них заключается в пренебрежении влиянием радиальной компоненты магнитного поля силовой трубки. Хорошо известно, что модель тонкой изотермической силовой трубки предполагает наличие в трубке аксиального магнитного поля, однородного вдоль сечения трубки, но уменьшающегося с высотой. Как следствие, из такой структуры аксиального поля неизбежно следует условие наличия радиальной компоненты поля, в силу условия divB=0. Этот факт, мотивировал нас на пересмотр проблемы распространения изгибных трубочных волн, с учетом влияния радиальной компоненты магнитного поля трубки. Мы используем метод радиального разложения волновых возмущений в ряд Тэйлора для случая асимметричных относительно оси трубки (изгибных) возмущений в цилиндрической системе координат.

Магнитное поле осесимметричной незакрученной силовой трубки можем представить в виде: $\mathbf{B} = B_r(r,z)\mathbf{e}_r + B_z(r,z)\mathbf{e}_z$, где $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_z$ единичные векторы в цилиндрической системе координат, связанной с осью трубки. Направление оси z противоположно направлению действия силы тяжести **g**. Можно показать, что обобщенная модель магнитного поля тонкой силовой трубки, удовлетворяющая условию divB=0, имеет вид

$$B_r(r,z) = -\frac{r}{2}\frac{dB_z(z)}{dz} \quad , \tag{1}$$

где $B_z(0,z) \equiv B_z(z)$.

Рассмотрим малые адиабатические возмущения: смещения плазмы $\boldsymbol{\xi}_{i,e}(r,\varphi,z)=(\xi_r,\xi_\varphi,\xi_z)$, флуктуации магнитного поля $\mathbf{b}(r,\varphi,z)=(b_r,b_\varphi,b_z)$ и полного давления $p'_T=p'_i+\frac{1}{4\pi}(\mathbf{B}\cdot\mathbf{b})$ and p'_e. Система МГД уравнений имеет вид:

$$\rho_i\frac{\partial^2\boldsymbol{\xi}_i}{\partial t^2}=-\nabla p'_T+\frac{1}{4\pi}(\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{b}+\frac{1}{4\pi}(\mathbf{b}\cdot\nabla)\mathbf{B}+\rho_i\mathbf{g}, \tag{2}$$

$$\rho_e\frac{\partial^2\boldsymbol{\xi}_e}{\partial t^2}=-\nabla p_e+\rho_e\mathbf{g}\ , \tag{3}$$

$$\mathbf{b}=\nabla\times(\boldsymbol{\xi}_i\times\mathbf{B}), \tag{4}$$

$$\frac{p'_{i,e}}{\rho_{i,e}}=g\xi_{zi,e}-c^2(\nabla\cdot\boldsymbol{\xi}_{i,e})\ . \tag{5}$$

где уравнение (5) является комбинацией уравнений непрерывности и энергии для адиабатического процесса, *c* – адиабатическая скорость звука.
Система (2)-(5) дополняется динамическими граничными условиями

$$(\boldsymbol{\xi}_i\cdot\mathbf{n})=(\boldsymbol{\xi}_e\cdot\mathbf{n}),\qquad r=R, \tag{6}$$

$$p'_T-\rho_i(\mathbf{g}\cdot\mathbf{n})(\boldsymbol{\xi}_i\cdot\mathbf{n})-\frac{1}{4\pi}\big((\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{B}\cdot\mathbf{n}\big)(\boldsymbol{\xi}_i\cdot\mathbf{n})=p'_e-\rho_e(\mathbf{g}\cdot\mathbf{n})(\boldsymbol{\xi}_e\cdot\mathbf{n}),\qquad r=R, \tag{7}$$

где $\mathbf{n}$ единичный вектор нормали к боковой поверхности трубки. С учетом равновесного баланса сил на границе трубки и уравнения (6), условие постоянства возмущений полного давления на границе (7) примет вид:

$$p'_T=p'_e,\qquad r=R. \tag{8}$$

Используя Фурье-преобразование для смещений плазмы во внешней среде $\boldsymbol{\xi}_e\propto e^{i(\omega t+kz)}$ и уравнения (3), (5) можем получить следующее решение для возмущений давления p'_e, ограниченных при $r\to\infty$:

$$p'_e(r)=-\rho_e D_e K_1(\sqrt{k^2-\alpha^2}\,r), \tag{9}$$

где K_1 модифицированная функция Бесселя первого порядка, D_e -произвольная константа.

Для поиска решения внутри трубки используем метод радиального разложения возмущенных параметров в ряд Тэйлора в области оси трубки ($r\to0$). Для асимметричных относительно оси трубки возмущения $\propto e^{i\varphi}$, разложения запишем в виде:

$$\xi_{r,\varphi i}=\xi_{r,\varphi0}+\xi_{r,\varphi2}\cdot r^2+\xi_{r,\varphi4}\cdot r^4+\dots\ , \tag{10}$$

$$\xi_{zi}=\xi_{z1}\cdot r+\xi_{z3}\cdot r^3+\dots\ , \tag{11}$$

$$b_{r,\varphi}=b_{r,\varphi0}+b_{r,\varphi2}\cdot r^2+b_{r,\varphi4}\cdot r^4+\dots\ , \tag{12}$$

$$b_z=b_{z1}\cdot r+b_{z3}\cdot r^3+\dots\ , \tag{13}$$

$$p'_T(r)=p'_{T1}\cdot r+p'_{T3}\cdot r^3+\dots\ . \tag{14}$$

Подставляя разложения (10)-(14) в уравнения (2),(4) и граничные условия (6),(8) в нулевом приближении можем получить следующее уравнение для радиальных смещений плазмы внутри трубки:

$$\rho_i\frac{\partial^2\xi_{r0}}{\partial t^2}=-p'_{T1}+\frac{B_z^2}{4\pi}\frac{\partial^2\xi_{r0}}{\partial z^2}+\frac{B_z}{4\pi}\frac{\partial B_z}{\partial z}\frac{\partial\xi_{r0}}{\partial z}-\frac{1}{4\pi}\left(B_z\frac{\partial^2B_r}{\partial z\partial r}+\left(\frac{\partial B_r}{\partial r}\right)^2\right)\xi_{r0} \tag{15}$$

Используя решение во внешней среде (9) и представление функций Бесселя для малых значений аргумента, перепишем уравнение (3) для смещений плазмы во внешней среде в окрестности границы трубки в следующем виде:

$$\rho_e \frac{\partial^2 \xi_{re}}{\partial t^2} = \frac{p'_e}{r}, r \approx R \to 0, \tag{16}$$

поскольку, согласно уравнению (9) $p'_e \propto r^{-1}, r \to 0$. Используя граничные условия (6) и (8), мы можем сложить уравнения (15) и (16) в области $r = R$:

$$(\rho_i + \rho_e)\frac{\partial^2 \xi_{r0}}{\partial t^2} = \frac{B_z^2}{4\pi}\frac{\partial^2 \xi_{r0}}{\partial z^2} + \frac{B_z}{4\pi}\frac{\partial B_z}{\partial z}\frac{\partial \xi_{r0}}{\partial z} + \frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{2}B_z\frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} - \frac{1}{4}\left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right)^2\right)\xi_{r0}, \tag{17}$$

где мы учли соотношение между компонентами магнитного поля согласно уравнения (1). Приведем уравнение (30) к форме уравнения Клейна-Гордона посредством подстановки:

$$\xi_{r0} = \bar{\xi}_{r0} \exp\left(-\frac{1}{2}\int_0^z \frac{1}{B_z(z')}\frac{\partial B_z(z')}{\partial z'}dz'\right) \quad . \tag{18}$$

В результате получим:

$$(\rho_i + \rho_e)\frac{\partial^2 \bar{\xi}_{r0}}{\partial t^2} - \frac{B_z^2}{4\pi}\frac{\partial^2 \bar{\xi}_{r0}}{\partial z^2} = 0. \tag{19}$$

Введем фазовую скорость изгибных трубочных волн $c_k = B_z / \sqrt{4\pi(\rho_i + \rho_e)}$. Посредством Фурье-преобразования по времени, перепишем уравнение (19) в виде:

.
$$\frac{\partial^2 \bar{\xi}_{r0}}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c_k^2(z)}\bar{\xi}_{r0} = 0. \tag{20}$$

Уравнение (20) описывает распространение поперечных (изгибных) трубочных волн, в тонкой магнитной силовой трубке, с распределением магнитного поля, описываемым уравнением (1).

В модели изотермической тонкой магнитной силовой трубки, находящейся в тепловом балансе со внешней средой, шкала высот H одинакова внутри и вне трубки. Соответственно: $\rho_i \propto \rho_e \propto \exp(-z/H)$. Из уравнения баланса давлений следует, что B^2 имеет аналогичную высотную зависимость. Как следствие, фазовая скорость изгибных волн $c_k = B_z / \sqrt{4\pi(\rho_i + \rho_e)}$ остается постоянной вдоль трубки. Поскольку c_k постоянна, то волновое уравнение (20) описывает свободно распространяющиеся поперечные трубочные волны для всех значений частот.

В данной работе исследовалось распространение линейных изгибных волн вдоль тонкой магнитной силовой трубки, находящейся в незамагниченной внешней среде. Для получения волнового уравнения использовался метод радиального разложения волновых переменных в окрестности оси трубки. В результате было получено волновое уравнение для обобщенной модели магнитного поля трубки. Было показано, что для случая изотермической тонкой силовой трубки, изгибные (поперечные) трубочные волны являются свободно распространяющимися для всех значений их частот. Полученные результаты важны с позиций теории волнового нагрева, поскольку значительно повышают роль изгибных трубочных волн в механизме волнового нагрева солнечной атмосферы и корректируют результаты классической работы Спруита. Как следствие, при дальнейших расчетах эффективности генерации, и процесса переноса энергии в верхние слои Солнца изгибными трубочными волнами, следует учитывать результаты данной работы.