УДК 681.5.015.42

АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ ОЦЕНОК ФУНКЦИИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Кирильчик А. В.

Научный руководитель — д.т.н, проф., Рубан А. И.

Сибирский федеральный университет

Приведен алгоритм идентификации параметров модели динамического объекта на основе оценок функции чувствительности, полученных в результате обработки экспериментальных данных на пробных точках. Приведен пример работы алгоритма.

Постановка задачи

Имеется динамический объект с одним входом и одним выходом:

$$x(t)=f(x(t-1),\dots,x(t-n),u(t),u(t-1),\dots,u(t-m),\vec{a},t)+ce(t) ,$$

где $x(t)$ — выход объекта в момент времени t;

$u(t)$ — вход объекта в момент времени t;

$\vec{a}$ — неизвестный вектор параметров;

$e(t)$ — некореллированная во времени случайная помеха;

c — константа;

и модель этого объекта:

$$\hat{x}(t)=f(\hat{x}(t-1),\hat{x}(t-2),\dots,\hat{x}(t-n),u(t),u(t-1),u(t-2),\dots,u(t-m),\vec{\alpha},t) ;$$

а так же выборка данных, состоящая из результатов последовательных измерений входа и выхода объекта объемом T:

$\{u(0),x(0)\},\{u(1),x(1)\},\dots,\{u(T),x(T)\}$. Необходимо по выборке подстроить вектор параметров $\vec{\alpha}$ модели.

Решение

Искомые параметры модели находим с помощью минимизации функции качества $I(\vec{\alpha})=\sum_{t=0}^{T}(x(t)-\hat{x}(t,\vec{\alpha}))^2=\min_{\alpha}$. Решим данную задачу методом последовательной линеаризации. Выход модели при значениях параметров $\vec{\alpha}^l$ на итерации l обозначим через $\hat{x}^l(t)$. Запишем линейную аппроксимацию выхода модели:

$$\hat{x}(t)\approx\hat{x}^l(t)+W^l(t)^T\Delta\vec{\alpha}^{l+1} ,$$

где $W^l(t)$ - вектор оценок ФЧ на итерации l , полученный с помощью обработки результатов пробных точек. Таким образом, минимизация функции качества сводится к решению задачи наименьших квадратов:

$$I(\vec{\alpha})\approx\bar{I}(\Delta\vec{\alpha}^{i+1})=\sum_{t=0}^{T}(x(t)-\hat{x}^l(t)-W^l(t)^T\Delta\vec{\alpha}^{l+1})^2=\min_{\Delta\vec{\alpha}^{l+1}}$$

относительно приращения параметров $\Delta\vec{\alpha}^{l+1}$:

$$\left(\sum_{t=0}^{T}W^l(t)W^l(t)^T\right)\Delta\vec{\alpha}^{l+1}=\sum_{t=0}^{T}W^l(t)(x(t)-\hat{x}^l(t))$$

. По приращениям параметров $\Delta\vec{\alpha}^{l+1}$ находим следующее приближение параметров:

$$\alpha^{l+1}=\alpha^l+\gamma^l\Delta\vec{\alpha}^{l+1},\ \gamma^l>0 ,$$

выбором скалярной величины γ^l добиваемся монотонной сходимости функции качества $I^{l+1}\leq I^l$.

Аппроксимация ФЧ

В начале каждой итерации алгоритма в гиперпрямоугольной области $\alpha_\nu^l-\delta\alpha_\nu^l\leq\alpha_\nu^l\leq\alpha_\nu^l+\delta\alpha_\nu^l,\ \nu=\overline{1,M}$ с центром в точке $\vec{\alpha}^l$ генерируем N пробных точек:

$$\alpha_\nu^{(i),l}=\alpha_\nu^l+\delta\alpha_\nu^l u_\nu^{(i),l},\ i=\overline{1,N},\ \nu=\overline{1,M}$$

, где

M — количество подстраиваемых параметров;

$u_\nu^{(i),l}$ — случайное число, распределенное по выбранному закону в интервале $[-1;1]$. В пробных точках вычисляем выходы модели $\hat{x}^{(i),l}(t)$ и их уклонения от $\hat{x}^l(t)$: $\Delta\hat{x}^{(i),l}(t)=\hat{x}^{(i),l}(t)-\hat{x}^l(t)$, на основе которых строится система из N линейных уравнений:

$$\sum_{\nu=1}^{M}\Delta\alpha_\nu^{(i),l}u_\nu^{(i),l}W_\nu^l(t)=\Delta\hat{x}^{(i),l}(t),\ i=\overline{1,N}$$

, или в матричном виде: $AW^l(t)=\Delta\vec{\hat{x}}^l(t)$,

где $W^l(t)$ и $\Delta\vec{\hat{x}}^l(t)$ — векторы-стобцы. Решение $W^l(t)$ находим по методу наименьших квадратов.

Адаптация размеров области пробных движений

Адаптация размеров области поиска производится следующим образом аналогично подходу, применяемому в глобальной оптимизации методом усреднения координат:

$$\delta\alpha_\nu^{l+1}=\gamma_q\delta\alpha_\nu^l\left(\sum_{i=1}^{N}\left|u_\nu^{(i),l}\right|^q\overline{K}_s^{(i)}\right)^{\frac{1}{q}},\ \nu=\overline{1,M}\ ,q=1,2,3\ldots\ ,$$

$$\overline{K}^{(i)}=\frac{K^{(i)}}{\sum_{j=1}^{N}K^j},\ K^{(j)}=K\left(\frac{I^{(j)}-I_{min}}{I_{max}-I_{min}}\right)\ \text{, где}$$

K — колокообразные, симметричные относительно нуля, неотрицательные ядра,
q — фиксированная целочисленная величина, $\gamma_q\in[1.0;3.0]$ для $q=1,2$.

Критерии остановки

Для предотвращения бесконечных итераций требуется задавать критерии остановки, которые могут быть следубщими:

- превышено заданное количество итераций;
- функция качества перестала значительно уменьшаться $\left|I^{l+1}-I^l\right|\leq\epsilon$;
- норма вектора параметров перестала значительно изменяться $\left\|\vec{\alpha}^{l+1}-\vec{\alpha}^l\right\|\leq\epsilon$;
- область поиска перестала значительно изменяться $\left\|\Delta\vec{\alpha}^{l+1}-\Delta\vec{\alpha}^l\right\|\leq\epsilon$.

Пример работы алгоритма

Возьмем динамический объект, описываемый следующим разностным уравнением: $x(t)=0.9\mathrm{x}(t-1)+0.5\mathrm{u}(t-1),x(0)=0,u(0)=0$ (рассматриваем случай отсутствия помехи на выходе), и проведем моделирование.

Проведем подстройку параметров для модели $\hat{x}(t)=\alpha_0x(t-1)+\alpha_1u(t-1),\hat{x}(0)=0,u(0)=0$ со следующими стартовыми данными для алгоритма: $\alpha_0=0.5,\Delta\alpha_0=0.5,\alpha_1=5.0,\Delta\alpha_1=5.0$. Алгоритм завершился с результатами: $\alpha_0=0.914019,\alpha_1=0.4487$ (которые близки к истинным значениям параметров) через 16 итераций. Ниже представлены графики значений функции качества $I(\vec{\alpha})$, параметров $\vec{\alpha}$ и областей варьирования $\Delta\vec{\alpha}$ на каждой итерации алгоритма.

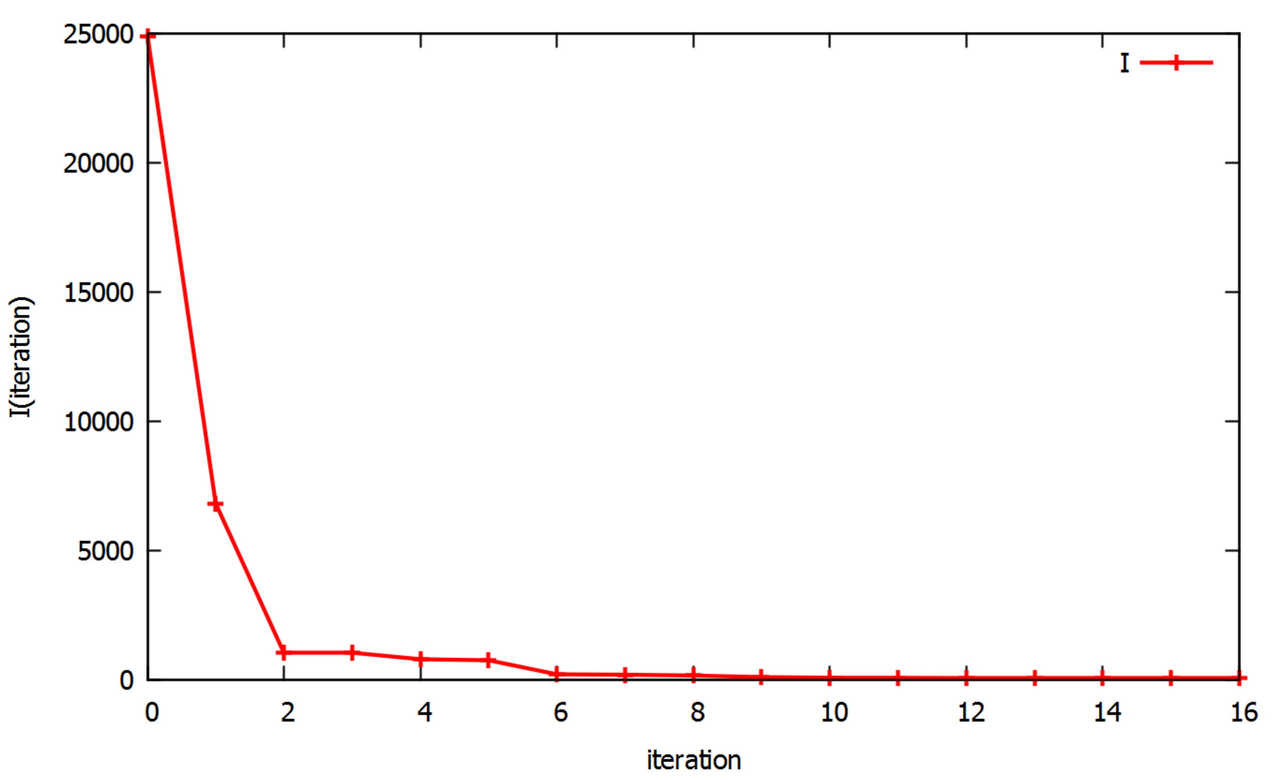

Рисунок 1 — значения функции качества на каждой итерации алгоритма

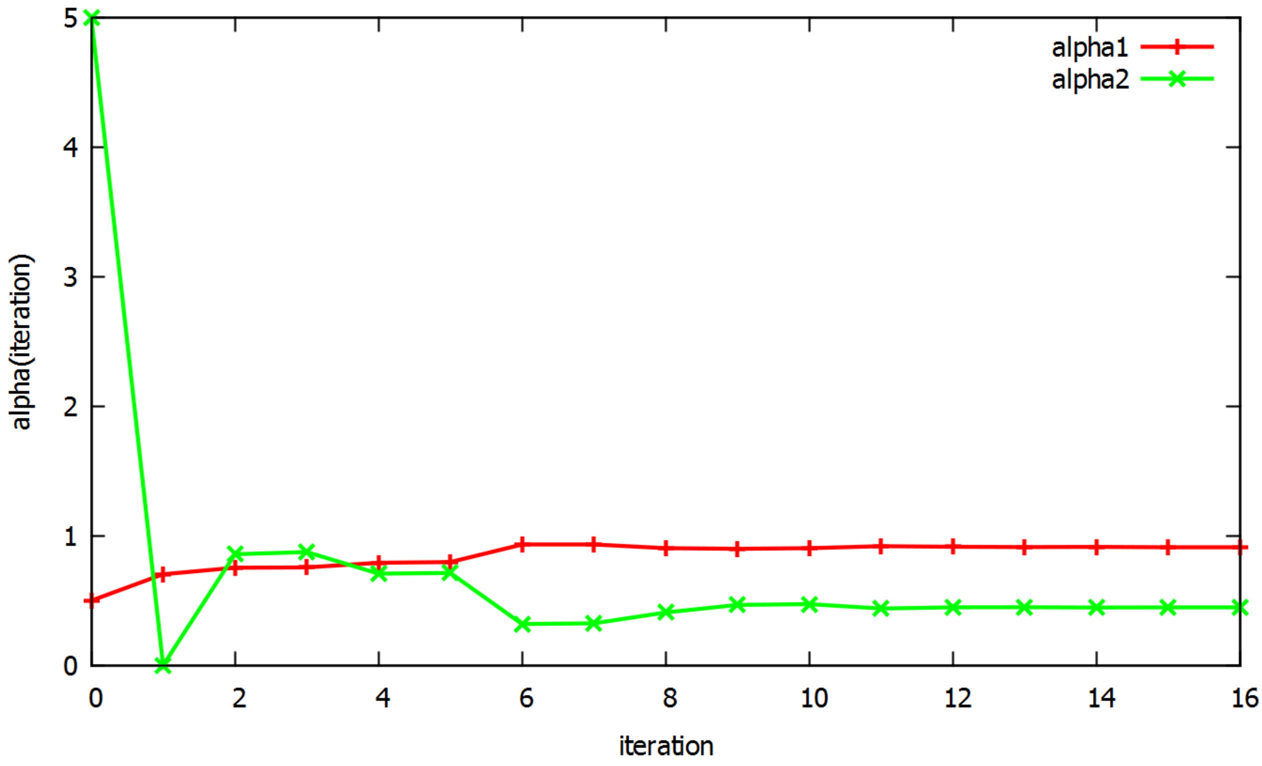

Рисунок 2 — значения параметров на каждой итерации алгоритма

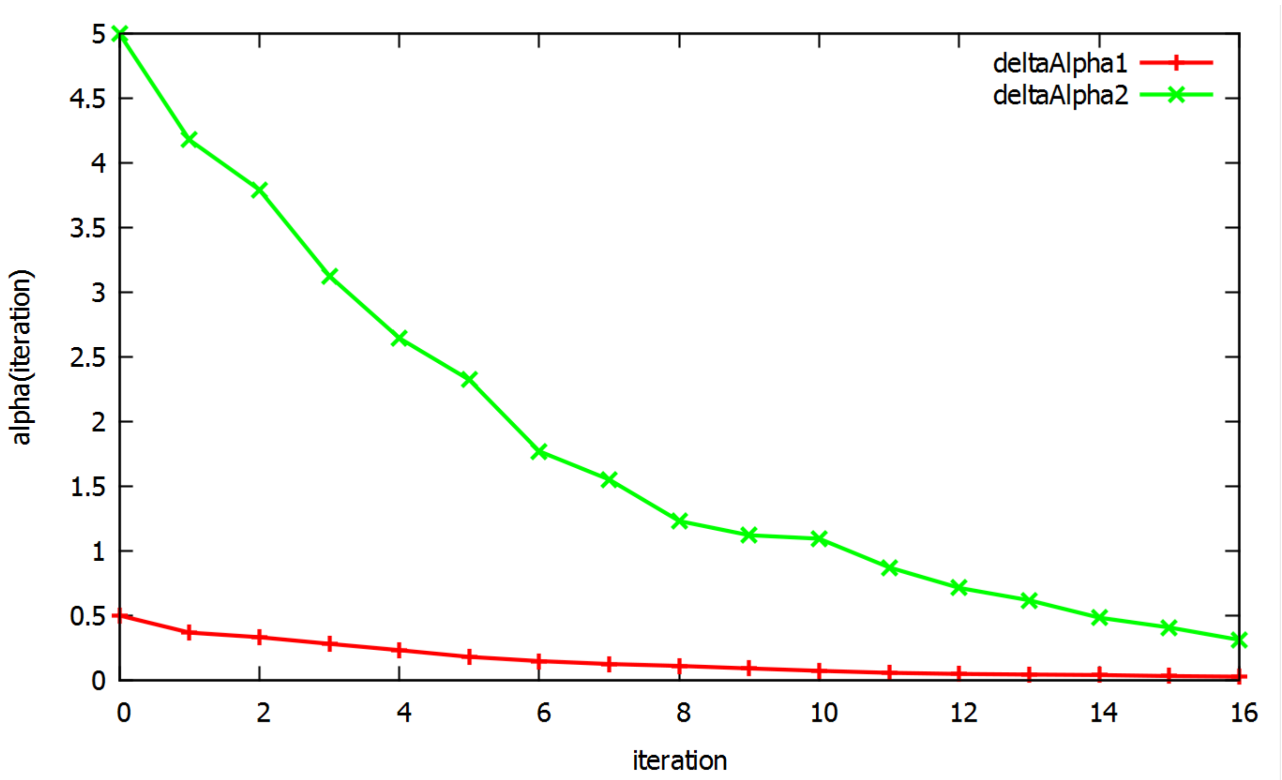

Рисунок 3 — значения области варьирования параметров на каждой итерации алгоритма

Из данных графиков видно, что алгоритм обладает быстрой сходимостью на первых итерациях, и более медленной на последующих, когда значения параметров близки к истиным.