УДК 628.822

РАСЧЕТ ДЕФОРМАЦИИ РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ РОЛИКОПОДШИПНИКА

Иванов В.А.
научный руководитель д-р физ.-мат. наук Еркаев Н. В.
Сибирский федеральный университет

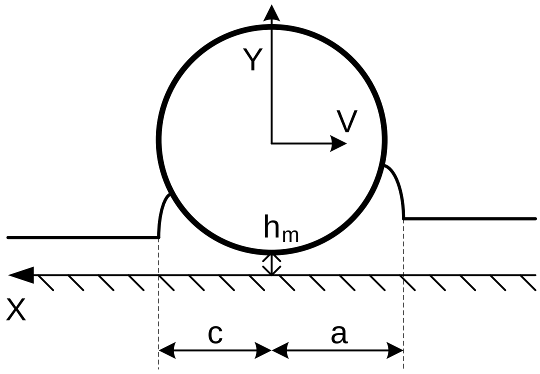

Рис. 1 – Движение цилиндра по плоскости со слоем жидкого смазочного материала.

Введение.

В роликовых подшипниках качения возникают упругие деформации рабочей поверхности, контактирующей с роликом. Для расчета зоны контакта используют интегральные соотношения между давлением и деформацией, в которых подинтегральное выражение содержит функцию податливости логарифмического вида. Однако сложность заключается в том, что эта логарифмическая функция теоретически обоснована лишь для контакта ролика с упругим полупространством и при этом зависит от неопределенного параметра размерности длины. В реальной ситуации ролик контактирует с упругим телом конечных размеров, и функция податливости должна зависеть от геометрических характеристик контактирующих тел. Определение функции податливости для случая контакта ролика конечной длины с упругим слоем конечной толщины является целью данной работы.

Расчет давления в слое смазки.

Для иллюстрации методики рассмотрим движение цилиндрического ролика по неподвижной плоскости с учетом жидкого смазочного материала (рис. 1). В этом случае уравнение Рейнольдса имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3 \frac{\partial P}{\partial x}\right) = 6\mu V\left(-\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{2}{V}\frac{\partial h}{\partial t}\right), \qquad (1)$$

где: P – давление в смазочном слое, V – скорость движения центра ролика 7 м/с, μ – динамическая вязкость масла 0,024 Па/с.

Ось x направлена против движения ролика. Начало отсчета x выбрано в точке минимального зазора. В предположении, что площадка контакта цилиндра и плоскости мала по сравнению с радиусом кривизны R, можно получить следующее выражение для толщины слоя смазочного материала:

$$h = h_m + x^2/(2R), \qquad (2)$$

где h_m – минимальная толщина смазочного слоя.

Граничные условия в рассматриваемом случае имеют вид:

$$P(a) = P(c) = \frac{dP}{dx}(c) = 0\,, \tag{3}$$

где: a и c – входная и выходная границы смазочного слоя.

После перехода в систему отсчета движущегося ролика и введения безразмерных переменных

$$\tilde{x} = (x + Vt)/\sqrt{h_m R}, \quad q = Ph_m^{1,5}/\left(6\mu V\sqrt{R}\right), \quad \tau = tV/\sqrt{Rh_m}\,,$$

исходное уравнение (1) преобразуется к простому виду:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(H(\tilde{x})^3 \frac{\partial q}{\partial \tilde{x}}\right) = \frac{\partial H(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}}, \tag{4}$$

где: $H(\tilde{x}) = 1 + \tilde{x}^2/2$.

Здесь расстояние до входной границы, заданное параметром a, зависит от количества смазки. В случае обильной смазки полагают $a = -\infty$.

Интегрируя уравнение (4) и используя нулевое граничное условие (3) для производной функции давления при $x = c$, получаем дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial q}{\partial \tilde{x}} = \frac{H(\tilde{x}) - H(c)}{H(\tilde{x})^3} = \frac{\left(\tilde{x}^2 - \tilde{c}^2\right)/2}{\left(1 + \tilde{x}^2/2\right)^3}, \tag{5}$$

Интегрируя уравнение (5), получим распределение давления в смазочном слое, показанное на (Рис. 2).

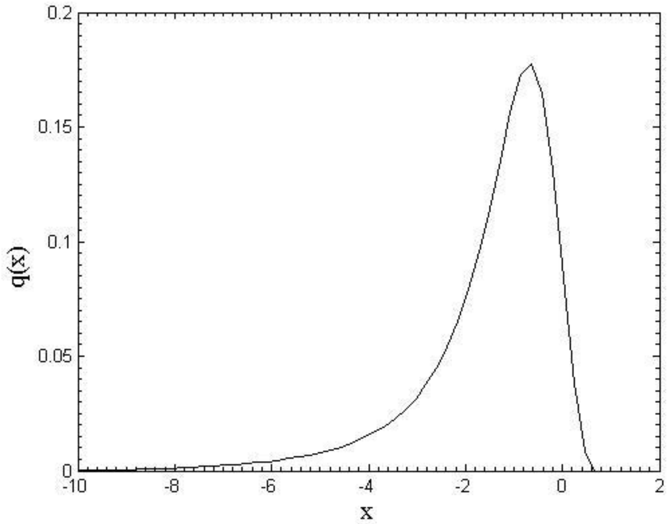

Рис.2 – Распределение безразмерного давления в слое смазки.

Деформация при движении цилиндра по плоскости.

Функция податливости для расчета деформации плоского полубесконечного слоя при движении ролика вдоль его границы имеет логарифмическую зависимость от координат. В этом случае деформация поверхности определяется выражением

$$\delta = \frac{2\left(1 - m^2\right)}{\pi E}\int_{-\infty}^{\infty} Ln\left(\frac{2L}{|x - x'|}\right)P(x')dx' \tag{6}$$

где: $E = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Па, - модуль упругости второго рода; $m = 0{,}3$- коэффициент Пуассона; $L = 0{,}1$ м, - полудлина ролика.

Воспользовавшись ранее найденным распределением давления (рис. 2), найдем значения прогибов полуплоскости (рис. 3). Далее переходим к задаче контакта ролика с плоским упругим слоем конечной толщины. Смоделируем с помощью программного комплекса ANSYS два случая контакта ролика длиной L = 0.2 м с упругими слоями различных толщин (0,05м и 0,5м) и сравним их с аналитическим решением (6). После моделирования получаем значения прогибов, показанные на рис. 4.

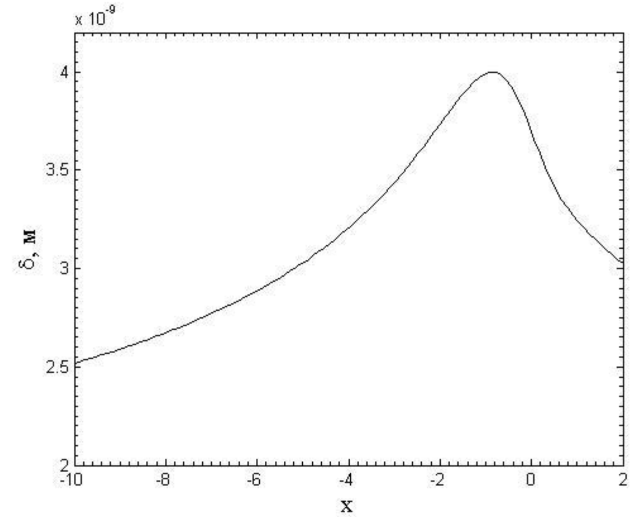

Рис. 3 – Деформация поверхности полубесконечного тела, рассчитанная по формуле (6).

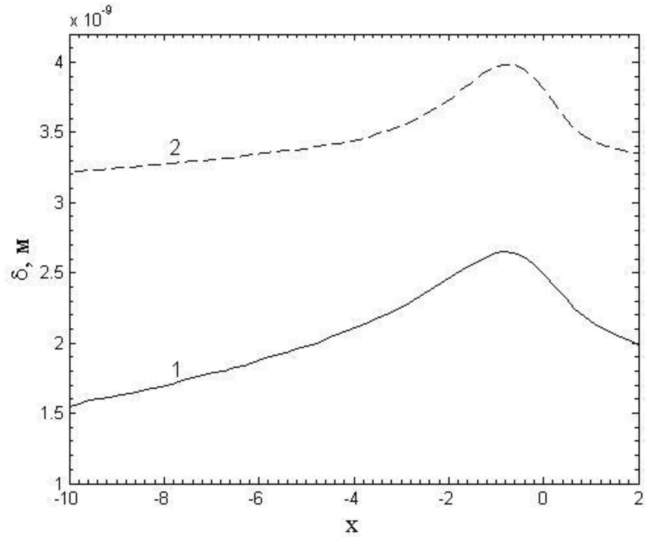

Рис. 4. 1 – деформация тонкостенной модели; 2 – деформация толстостенной модели.

Приближенную формулу для аналитического расчета прогиба можно записать в следующем виде:

$$\delta = \frac{2\left(1-m^2\right)}{\pi E}\int_{-\infty}^{\infty} A\cdot \mathrm{Ln}\left(\frac{B}{\left|x-x'\right|}\right)P\left(x'\right)dx' \qquad (7)$$

где: A и B - корректирующие коэффициенты. Можно подобрать коэффициенты A и B таким образом, чтобы добиться наилучшей аналитической аппроксимации численных значений прогиба, полученных с помощью пакета ANSYS. После определения коэффициентов A *и* B получаем приближенное аналитическое выражение для искомой функции податливости, отвечающей конкретным размерам контактирующих тел. В дальнейшем эту функцию можно использовать для расчета деформаций при различных распределениях давления в смазочном слое.

В результате сравнения с результатами численного моделирования ANSYS установлено, что коэффициент B равен длине ролика в том случае, когда толщина слоя больше длины ролика. Если же толщина слоя меньше длины ролика, то значение этого коэффициента определяется только толщиной слоя.

Сравнение полученной по программе ANSYS деформации тонкостенной модели с аналитическим расчетом по формуле (7) при $A = 0{,}86$ и $B = S = 0{,}05$ м показано на (рис. 5).

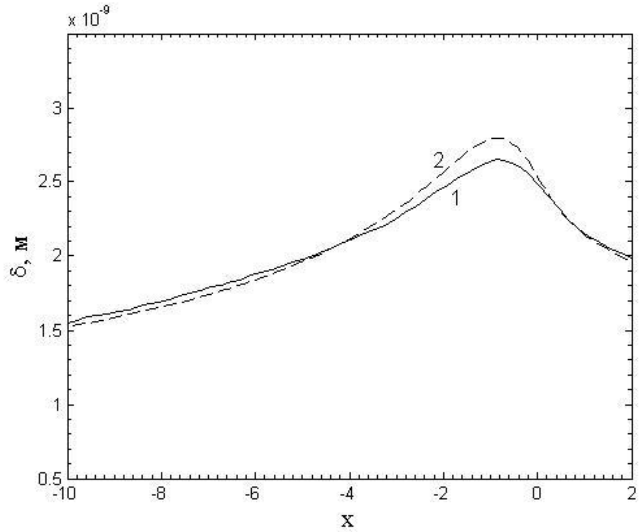

Рис. 5. 1 – деформация поверхности слоя по программе ANSYS;
2 – деформация поверхности слоя по формуле (7).

Видно, что аналитическая модель хорошо согласуется с численным расчетом.

Заключение.

Решена задача упруго-гидродинамического контакта движущегося ролика с плоским слоем конечной толщины. На первом этапе на основе решения уравнения Рейнольдса выполнен предварительный расчет давления в смазочном слое без учета деформаций поверхности. Далее распределение этого давления использовалось в программе ANSYS для вычисления упругих деформаций. С учетом интегральной связи деформации и давления определена функция податливости и исследована ее зависимость от геометрических характеристик контактирующих тел. В конечном итоге получено приближенное аналитическое выражение функции податливости с параметрами, зависящими от толщины слоя и длины ролика. Найденная функция податливости не зависит от конкретного вида распределения давления в смазочном слое и может использоваться для расчета характеристик смазочного слоя и деформаций поверхности при различных нагрузках.