УДК 517.3

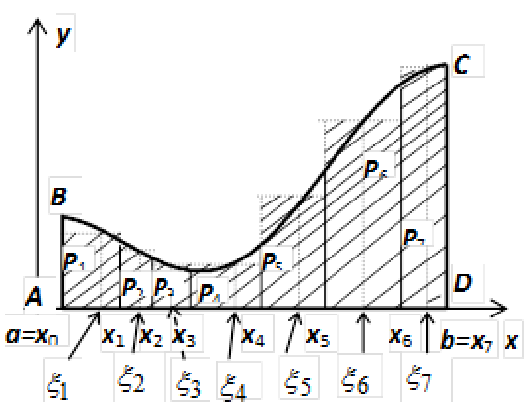
КОНСПЕКТ-СХЕМЫ ПО ОПРЕДЕЛЕННОМУ ИНТЕГРАЛУ

Мухамедзянов М.Р.,
научный руководитель канд. физ.-мат. наук, проф. Бадуленко Л.Н.
Лесосибирский педагогический институт – филиал Сибирского федерального университета

В условиях модернизирующейся системы образования возникает необходимость более качественного формирования и реализации содержания обучения. В связи с масштабной компьютеризацией образования и внедрения в учебный процесс новых информационных и телекоммуникационных технологий значительно сократилось время на изучение отдельных предметов. Проблему эффективного распределения учебного материала на лекционных и практических занятиях, не ущемляя его полноты и доступности для студентов, предлагается решить путем структурирования учебного материала в виде конспект-схем.

В работе представлены 4 конспект схемы по теме «Определенный интеграл»: определение, свойства, геометрический смысл, геометрические и физические приложения определенного интеграла.

1 Конспект схема «Определение определенного интеграла»



$$\mathcal{L} = \int_a^b f(x)dx = \lim_{\lambda\to 0}\sigma$$

$$\sigma = f(\xi_1)\Delta x_1 + f(\xi_2)\Delta x_2 + \ldots$$
$$\ldots + f(\xi_{n-1})\Delta x_{n-1} + f(\xi_n)\Delta x_n =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$$

Условие существования:

1. $m \le f(x) \le M$
2. $\lim_{\lambda\to 0}(S - s) = 0$

$\int_a^b f(x)dx$ – определенный интеграл;

[a;b] – промежуток интегрирования;

σ – интегральная сумма;

λ – максимальная длинна дробления;

S – верхняя сумма Дарбу;

s – нижняя сумма Дарбу.

2 Конспект схема «Свойства определенного интеграла»

1. Выраженные равенствами

1.1. $\int_a^a f(x)dx = 0$ 1.2. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ 1.3. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ 1.4. $\int_a^b Af(x)dx = A\int_a^b f(x)dx$

2. Выраженные неравенствами

$f(x)$ и $g(x)$ интегрируемы на отрезке [a;b], ($a < b$)

2.1. Если $f(x) \geq g(x)$, при всех $x \in [a;b]$	$\int\limits_a^b f(x)dx \geq \int\limits_a^b g(x)dx$
2.2. Если $f(x) \geq 0$, при всех $x \in [a;b]$	$\int\limits_a^b f(x)dx \geq 0$
2.3. Если $m \leq f(x) \leq M$, при всех $x \in [a;b]$	$m(b-a) \leq \int\limits_a^b f(x)dx \geq M(b-a)$
2.4. Если $f(x)$ интегрируема на отрезке [a;b], то $\lvert f(x)\rvert$ также интегрируема на этом отрезке, причем справедливо неравенство	$\left\lvert \int\limits_a^b f(x)dx \right\rvert \leq \int\limits_a^b f(x)dx$

3 Конспект схема «Геометрические приложения определенного интеграла»

1. Площадь плоской фигуры (P)

1.1. $y = f(x), x \in [a;b], P = \int_a^b |f(x)|dx$

1.2. $f_1(x) \leq y \leq f_2(x), x \in [a;b], P = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)]dx$

1.3. $r = r(\theta), \theta \in [\alpha;\beta], P = \frac{1}{2}\int_\alpha^\beta r^2(\theta)d\theta$

1.4. $\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}, t \in [\alpha;\beta], P = \int_\alpha^\beta \psi(t)\varphi(t)dt$

2. Объем тела (V)

2.1. $V = \int_a^b P(x)dx$, $P(x)$ – площадьсечения(V), переандикулярное ox.

2.2. (V) – тело ващения($y = f(x), x \in [a;b]$)$V = \pi\int_a^b f^2(x)dx$

3. Длина дуги (L)

$y = f(x), x \in [a;b], L = \int_a^b \sqrt{1 + f^2(x)}dx$

$ds = \sqrt{1 + f^2(x)}dx = \sqrt{dy^2 + dx^2}$ – дифференциал дуги

4 Конспект схема <u>«Физические приложения определенного интеграла»</u>

1. Статический момент материальной кривой относительно OX и OY ($M_x; M_y$), для точки $M_x = my, M_y = mx, m$ – масса точки

   $y = f(x), x \in [a;b], \rho$ – линейная плотность

   $M_x = \rho\int_a^b y\sqrt{1 + f^2(x)}dx$, $M_y = \rho\int_a^b x\sqrt{1 + f^2(x)}dx$

   $ds = \sqrt{1 + f^2(x)}dx$ – дифференциал дуги, $\rho - const$

2. Центр тяжести материальной кривой ($x_c; y_c$)

   $x_c = \frac{M_y}{m}, y_c = \frac{M_x}{m}, m = \rho\int_a^b \sqrt{1 + y^2}dx$ – масса

3. Центр тяжести плоской фигуры

   $x_c = \frac{M_y}{m}, y_c = \frac{M_x}{m}, m = \rho\int_a^b y dx$

   m – масса плоской фигуры