

АПОСТЕРИОРНЫЕ ВЕРОЯТНОСТИ И ВЫБОР КОМПАНИЙ, ПРОИЗВОДЯЩИХ КАЧЕСТВЕННЫЕ ТЕЛЕФОНЫ

Эльгерт. С.В.,

научный руководитель канд.пед.наук, доц. Попова Е.А.

Торгово-экономический институт Сибирского федерального университета

Сеть салонов связи «ART» реализует сотовые телефоны. В ассортименте представлены мобильные телефоны. Менеджеру-консультанту одного из салонов поступила претензия от покупателя о поломке телефона. Располагая опытом реализации продукции, необходимо определить, какой компании вероятнее всего принадлежит данный бракованный телефон.

Цель исследования показать применение вероятностных методов на примере использования апостериорных вероятностей для выбора компаний, производящих качественные телефоны.

Для решения поставленной задачи используем байесовский подход. Первоначально, анализируя вероятности изучаемых событий, располагаем предварительными, априорными значениями вероятностей. В дальнейшем из различных источников получаем дополнительную информацию об интересующем нас событии. Имея новую информацию, можем уточнить, пересчитать значения априорных вероятностей. Новые значения вероятностей для тех же интересующих нас событий будут уже апостериорными (послеопытными) вероятностями. Формула Байеса дает правило для вычисления таких вероятностей.

За некоторый период в сеть салонов связи «ART» реализовано 5535 телефонов 10 производителей, среди которых представлены следующие компании: «Sample», «Noon», «Fair», «Ascalder», «Harmer», «DTR», «Atter», «Смулофон», «RBI», «Veble». При этом, как правило, на 1112 телефонов компании «Sample» (гипотеза H_1) приходится 27 телефона, требующих ремонта; 684 телефона компании «Noon» (гипотеза H_2) - 13; на 520 телефонов компании «Fair» (гипотеза H_3) - 56; на 513 «Ascalder» (гипотеза H_4) - 87; на 154 телефона компании «Harmer» (гипотеза H_5) - 6; на 422 телефона компании «DTR» (гипотеза H_6) - 18; на 1007 телефонов компании «Atter» (гипотеза H_7) - 13; на 342 телефона компании «Смулофон» (гипотеза H_8) - 34; на 835 телефонов компании «RBI» (гипотеза H_9) - 23; на 146 телефонов компании «Veble» (гипотеза H_{10}) - 11.

Это гипотезы и они образуют полную группу независимых и несовместных событий.

- АПРИОРИ (от лат. «a priori» - «из предшествующего») – знание, полученное независимо от опыта, присущее сознанию изначально.
- АПОСТЕРИОРИ (от лат. «a posteriori» - «из последующего») – знание, полученное из опыта, в противоположность априори.

Располагая исходными данными, найдем априорные вероятности $P(H_i)$ гипотез, а также условные вероятности события A – «реализованный телефон потребовал ремонт в течение гарантийного срока» – для каждой из гипотез - $P(H_i | A)$.

В колонке 6 определим условные вероятности события A – «реализованный телефон потребовал ремонт в течение гарантийного срока», для каждой из гипотез.

$$P(A|H_1) = \frac{27}{1112} = 0,024281; \quad P(A|H_4) = \frac{87}{313} = 0,277955; \quad P(A|H_8) = \frac{34}{342} = 0,099415;$$

$$P(A|H_2) = \frac{13}{684} = 0,019006; \quad P(A|H_5) = \frac{6}{154} = 0,038961; \quad P(A|H_9) = \frac{23}{835} = 0,027545;$$

$$P(A|H_3) = \frac{56}{520} = 0,107692; \quad P(A|H_6) = \frac{18}{422} = 0,042654; \quad P(A|H_{10}) = \frac{11}{146} = 0,075342;$$

$$P(A|H_7) = \frac{13}{1007} = 0,012910.$$

В колонке 7 находим вероятности для событий «реализованный телефон i -го поставщика потребовала ремонт в течение гарантийного срока»:

$$P(A \cap H_i) = P(H_i) \cdot P(A|H_i).$$

Расчеты проведены с помощью MS-Excel. Результаты запишем в таблицу 1.

Таблица 1.

Компания	Гипотеза	Количество реализованных телефонов, шт	Коли-во телефонов, требующих ремонт в течение гарантийного срока, шт.	Априорные вероятности $P(H_i)$	Условные вероятности $P(A H_i)$	Совместные вероятности $P(A \cap H_i)$	Апостериорные вероятности $P(H_i A)$
1	2	3	4	5	6	7	8
«Sample»	H_1	1112	27	0,20090	0,024281	0,004878	0,09375
«Noon»	H_2	684	13	0,12358	0,019006	0,002349	0,045139
«Fair»	H_3	520	56	0,09395	0,107692	0,010117	0,194444
«Ascalder»	H_4	313	87	0,05655	0,277955	0,015718	0,302083
«Harmer»	H_5	154	6	0,02782	0,038961	0,001084	0,020833
«DTR»	H_6	422	18	0,07624	0,042654	0,003252	0,0625
«Atter»	H_7	1007	13	0,18193	0,012910	0,002349	0,045139
«Смуло-фон»	H_8	342	34	0,06179	0,099415	0,006143	0,118056
«RBI»	H_9	835	23	0,15086	0,027545	0,004155	0,079861
«Veble»	H_{10}	146	11	0,02638	0,075342	0,001987	0,038194
Итого:		5535	288	1,0		0,052033	1,0

Суммируем вероятности в колонке 7 для того, чтобы найти вероятность события A - «реализованный телефон потребовал ремонт в течение гарантийного срока»:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{10} P(H_i) \cdot P(A | H_i).$$

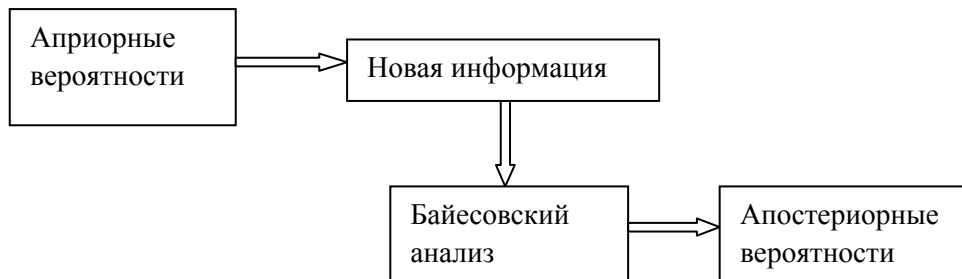
Используя формулы Байеса, найдем апостериорные вероятности:

$$P(H_i | A) = \frac{P(H_i) \cdot P(A | H_i)}{\sum_{j=1}^n P(H_j) \cdot P(A | H_j)}, \quad i = \overline{1, 10}.$$

Значение формулы Байеса заключается в том, что при наступлении события A – «реализованный телефон потребовал ремонт в течение гарантийного срока», т.е. по мере получения новой информации, можно проверять и корректировать выдвинутые до испытания гипотезы.

Результаты показали, что после наступления события A вероятность гипотезы H_4 (телефон компании «Ascalder») увеличивалась с $P(H_4) = 0,05655$ до $P(H_4 | A) = 0,302083$, а вероятность гипотезы H_1 (телефон компании «Sample») уменьшилась с $P(H_1) = 0,20090$ до $P(H_1 | A) = 0,09375$. То есть до наступления события A наиболее вероятной была гипотеза H_1 , то теперь, в свете новой информации (наступления события A), наиболее вероятна гипотеза H_4 , то есть вероятнее всего, поломанный телефон принадлежит компании «Ascalder».

Данный подход, называется байесовским. Формула Байеса дает возможность «пересмотреть» вероятности гипотез с учетом наблюдаемого результата опыта.



Данный подход, называемый *байесовским*. Байесовский подход дает возможность корректировать управленческие решения в экономике, оценки неизвестных параметров распределения изучаемых признаков в статистическом анализе и т.д.

Байесовский подход (*Bayesian approach*) то же байесовский подход — направление в науке об управлении, основанное на принципе максимального использования имеющейся априорной информации, ее непрерывного пересмотра и переоценки с учетом получаемых выборочных данных об исследуемом явлении или процессе. Такой пересмотр трактуется как обучение, и сам процесс управления при Б.п. понимается как процесс обучения (адаптации).

Байесовский подход назван по теореме Байеса, занимающей центральную роль в данной концепции. Эта теорема рассматривается как логическая основа пересмотра суждений в зависимости от действительно происходящих событий, т.е. для обучения на базе опыта и, следовательно, постоянной корректировки стратегий управления.

Как оказалось, бракованный телефон действительно принадлежал компании «Ascalder». Нового поступления в салон не было. Следующие две покупки – покупка двух телефонов «Ascalder». Найдем вероятность того, того, что только одному из двух проданных телефонов будут претензии покупателя.

Событие B – «первый реализованный телефон оказался бракованный (событие A) – изготовитель компания «Ascalder», из двух следующих реализованных телефонов компании «Ascalder» только к одному будут претензии покупателя».

Известно, что если после опыта, закончившегося появлением события A , производится еще один опыт, в котором может появиться или не появиться событие B , то вероятность (условная) этого последнего события вычисляется по формуле полной вероятности, в которую подставлены не прежние вероятности гипотез $P(H_i)$, а новые $P(A|H_i)$:

$$P(B|A) = \sum_{i=1}^n P(H_i|A) \cdot P(B|H_iA).$$

В рамках данного исследования рассматривается событие B : «первый реализованный телефон оказался бракованный (событие A) – изготовитель компания «Ascalder», из двух следующих реализованных телефонов компании «Ascalder» только к одному будут претензии покупателя». Известно, что *в среднем* на 313 телефонов данной фирмы приходится 87 бракованных, поэтому

$$\begin{aligned} P(B|H_4A) &= \frac{87}{313} \cdot \left(1 - \frac{87}{313}\right) + \left(1 - \frac{87}{313}\right) \cdot \frac{87}{313} = 2 \cdot \frac{87}{313} \cdot \left(1 - \frac{87}{313}\right) = 2 \cdot 0,277955 \cdot 0,722045 = \\ &= 2 \cdot 0,200696 = 0,401392. \end{aligned}$$

Так как $P(B|H_1A) = P(B|H_2A) = P(B|H_3A) = P(B|H_5A) = P(B|H_6A) = P(B|H_7A) = P(B|H_8A) = P(B|H_9A) = P(B|H_{10}A) = 0$. Тогда условная вероятность появления события B , вычисленная в предположении, что событие A уже произошло равна

$$P(B|A) = P(H_4|A) \cdot P(B|H_4A) = 0,302083 \cdot 0,401392 = 0,121254.$$

Таким образом, вероятность того, что только одному из двух следующих проданных телефонов «Alcatel» будут претензии покупателя равна $P(B|A) = 0,121254$. Согласно терминологии, использованной в «Экономико-математическом словаре» Лопатникова Л.И. «в высшей степени неопределенно».