УДК 530.12:531.51

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЭЙНШТЕЙНА ДЛЯ ФИЗИЧЕСКОГО ВАКУУМА И БЕЗМАССОВОГО ФИЗИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Якубович А. В.,
научный руководитель канд. физ.-мат. наук Паклин Н. Н.
Сибирский федеральный университет

Исследуется гравитационное поле для нестационарного сферически симметричного распределения материи и лучистого потока энергии. Материя описывается тензором энергии-импульса (ТЭИ) идеальной жидкости, а лучистый поток энергии описывается ТЭИ чистого излучения

$$T_{ik} = (\varepsilon + p)u_i u_k - p g_{ik} + \omega l_i l_k, \tag{1}$$

здесь p – давление и ε – плотность энергии идеальной жидкости, u_i – четырёхмерная скорость, ω – плотность энергии чистого излучения, а l_i – светоподобный вектор ($l_i l^i = 0$). Давление идеальной жидкости выражается через плотность энергии как

$$p = -\varepsilon, \tag{2}$$

то есть выполняется уравнение состояния физического вакуума. С учётом этого, ТЭИ может быть переписан в виде:

$$T_{ik} = \varepsilon g_{ik} + \omega l_i l_k. \tag{3}$$

В уравнениях Эйнштейна используется метрика

$$ds^2 = y\,dt^2 + 2z\,dtdr - x^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\varphi^2\right), \tag{4}$$

где функции x, z, y зависят от переменных t, r. Для компонент светоподобного вектора имеем:

$$l^0 = l_1 = 0, \quad l_0 = zl, \quad l^1 \equiv l, \tag{5}$$

тогда из условия геодезичности вытекает следствие:

$$l^i_{;k} l^k = 0 \quad \Rightarrow \quad l = \alpha(t)/z. \tag{6}$$

Из закона сохранения

$$T^{ik}_{\ \ ;k} = 0 \tag{7}$$

следуют два уравнения:

$$\varepsilon' = 0 \;\Rightarrow\; \varepsilon = \varepsilon(t) \tag{8}$$

и, с учётом условия геодезичности для светоподобного вектора,

$$(x^2\omega)' + x^2 z\dot{\varepsilon}/\alpha(t) = 0. \tag{9}$$

Уравнения Эйнштейна сводятся к четырём выражениям, первые два из которых имеют вид:

$$z = a(t)\cdot x', \tag{10}$$

$$2x'^3 f - x^2 x' f'' + x^2 x'' f' = 0; \;\; f = a^2(t) - y + 2\dot{x}a(t). \tag{11}$$

Общее решение уравнения (11) можно записать как

$$f = A/x + Bx^2. \tag{12}$$

Из (11) и (12) получаем общее выражение для метрического коэффициента

$$y = a^2(t) + 2\dot{x}a(t) - A(t)/x - B(t)x^2 . \tag{13}$$

Выражение (13) для метрического коэффициента y, содержит сингулярную часть (при *x*=0) $A(t)/x$ и регулярную часть (при конечных *x*) $B(t)x^2$. Первая часть описывает распространение чистого излучения, от источника в центре, а вторая, излучение, порождаемое самой средой. В статическом случае решение (13) сводится к известному решению Котлера, которое при *A=0* сводится к статическому решению Де-Ситтера, а при *B=0* оно сводится к внешнему решению Шварцшильда или к решению Вайдья при *A(t)=2m(t)*.

Оставшиеся уравнения Эйнштейна, с учётом (10) и (13) переписываются как

$$\kappa\omega = -x\frac{B}{a}\left(\ln\frac{B}{a^2}\right)^{\cdot} - \frac{1}{x^2}\frac{A}{a}\left(\ln\frac{A}{a^2}\right)^{\cdot}, \tag{14}$$

$$\kappa\varepsilon = \frac{3B(t)}{a^2(t)}, \tag{15}$$

видно, что (15) согласуется с (8). Так как плотность энергии положительная величина, то из (15) видно, что физические решения существуют при $B(t) \geq 0$.

В результате исследований уравнений Эйнштейна обнаружено, что физические свойства материальной среды с уравнением состояния физического вакуума не зависят от выбора системы отсчёта, то есть все наблюдатели (в неинерциальных системах отсчёта) видят одну и ту же картину. Технически это означает, что радиальная 3-скорость идеальной жидкости выпадает из уравнений Эйнштейна при использовании уравнения состояния (2).

Известно, что если используется только ТЭИ идеальной жидкости, то уравнение состояния физического вакуума приводит к постоянству плотности энергии и давления, которые можно интерпретировать как проявление космологической постоянной. Заметим, что уравнение (15) можно свести к космологической постоянной, только если величина $3B(t)/a^2(t)$ постоянна.

В нашем случае кроме ТЭИ идеальной жидкости используется ТЭИ чистого излучения, что приводит к зависимости плотности энергии и давления от времени. В итоге получается нестационарное решение с метрическими коэффициентами, зависящими от радиальной переменной.