УДК 51

ТАКОЙ ПРОСТОЙ МЕТОД

Галкина А.В.
руководитель учитель Летунова Т.С.
МКОУ Невонская СОШ №6

В настоящий момент имеются существенные различия между требованиями к знаниям и умениям учащихся, которые предусмотрены образовательными стандартами, и тем уровнем математического развития, который ожидает общество от современного культурного человека, желающего в будущем стать инженером, техником, педагогом, врачом, квалифицированным рабочим и т.д. Я считаю, что математическое развитие является важнейшим фактором, обеспечивающим готовность человека к деятельности в самых различных областях. Владение методами решения уравнений и неравенств можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического образования, поэтому актуальным является изучение и разработка общих методов решения неравенств. Материал, связанный с неравенствами, составляет значительную часть школьного курса математики. Выше изложенное, обусловило проблему исследования: научиться решению рациональных неравенств, используя при этом метод интервалов, рассмотрев его так, что обычные связанные с ним затруднения снимаются.

Цель моей работы**:** «Выявление преимущества способа «лепестков» при решении рациональных неравенств, используя при этом метод интервалов»

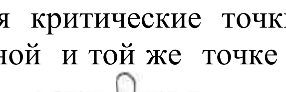
Методы:

- изучение литературы по данной теме;
- анализ;
- сравнение.

В элементарной математике метод интервалов давно известен. Его применение значительно облегчает решение дробно-рациональных неравенств. Решая неравенства, используя метод интервалов, чаще всего я расставляю знаки, просто чередуя плюсы и минусы, что не всегда верно. Обычно для определения знаков советуют либо вычислять знак на каждом из интервалов, либо вести тщательный счет кратности корней.

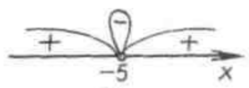
Можно так рассмотреть тему «Метод интервалов», что обычные связанные с ним затруднения снимаются. Решение неравенств с кратными критическими значениями переменной связано обычно с наибольшими сложностями. Если ранее знаки на интервалах, просто чередовались , то теперь при переходе через критическое значение знак всего выражения может не измениться. Преодолению трудностей с расстановкой знаков служит «метод лепестков». Я составила несколько неравенств и решила их, используя этот метод.

Пусть требуется решить неравенство $(x+5)^2 > 0$. Левая часть имеет единственную критическую точку x = -5 .Отметим ее на числовой прямой. Эта точка имеет кратность 2, поэтому можно считать, что у нас две слившиеся критические точки, между которыми также есть интервал с началом и концом в одной и той же точке -5. Будем отмечать такие интервалы «лепестками», как на рис.1 а



(Рис.1а)

Таким образом, получились три интервала, два числовых промежутка (-∞;-5), (-5; +∞) и «лепесток» между ними. Осталось расставить знаки. Для этого вычислим знак на интервале, содержащем 0, и на остальных расставим знаки, просто их чередуя.

Результат расстановки знаков показан на рис.1,б.  (рис.1 б).

Ответ: x€(-∞;-5)U (-5; +∞).

Пример - 1. Решить неравенство: $\frac{(x-2)^2(3+x)}{(1+x)(x-5)^3} \geq 0$

Отметим на числовой прямой критические точки, учитывая их кратность, - на каждую дополнительную скобку с данным критическим значением рисуем дополнительный «лепесток». Так на рис.2 у точки 2 появится один «лепесток», так как $(x-2)^2=(x-2)(x-2)$.

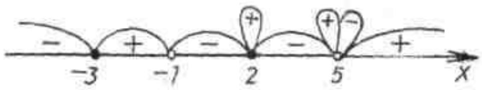


Рис.2

Первый из этих множителей учтен самим появлением на координатной оси точки 2, а второй учитывается добавлением «лепестка». Поскольку $(x-5)^3=(x-5)(x-5)(x-5)$, у точки 5 появляются два «лепестка», символизируя два дополнительных множителя у стоящего в знаменателе двучлена (x-5). Далее определяем знак на одном из интервалов и расставляем на других, чередуя плюсы и минусы. Все промежутки отмеченные знаком « +» и темные точки дают ответ: x €[-3;-1] U{2} U(5;+∞).

Таким образом, мы избавились от необходимости давать определение кратности критической точки при расстановки знаков. Преимущество этого метода особенно ярко видно при решении неравенств, у которых критические точки числителя и знаменателя могут совпадать. Чтобы избежать сложностей при определении цвета точек в этом случае, сначала отметить точки знаменателя, а потом числителя. При этом если при нанесении критической точки некоторого множителя на координатную ось такое значение переменной уже отмечено, то добавляем над ней такое количество «лепестков», какова степень этого множителя.

Пример-2. Решим неравенство: $\frac{(x^3-3x^2+2x)(2x-x^2)(x-1)}{(1-x^2)x^2} \leq 0$ (1)

Разложив на множители левую часть неравенства (1), имеем

$$\frac{x(x-2)(x-1)(2-x)x(x-1)}{(1-x)(1+x)x^2} \leq 0$$

Нанесем критические точки на координатную ось. Сначала точки знаменателя (рис3,а).

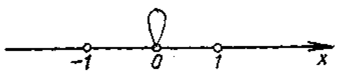


Рис.3,а

Добавляя точки числителя, получаем рис.3,б.

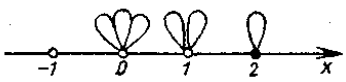


Рис.3,б

Определяя знаки на интервалах и в «лепестках», получаем рис.3,в

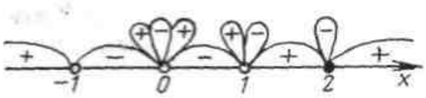
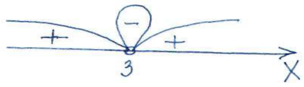


Рис.3,в Ответ: x€(-1;0) U (0;1) U {2}.

<u>Пример 3.</u> Решить неравенство: $x^2-6x+9>0.$

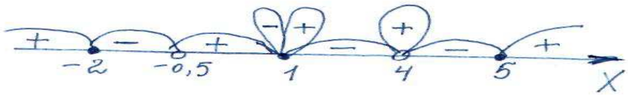
Решение: $x^2-6x+9>0;\ (x-3)^2>0.$ Трехчлен в левой части неравенства представляет собой полный квадрат, следовательно, он положителен при всех x€R, кроме *x*=3.



Ответ: $(-\infty;3)\cup(3;+\infty)$.

Пример 4. Решить неравенство $\dfrac{(x-1)^3(x+2)(x-5)}{(2x+1)(x-4)^2}\le 0.$

Решение. Функция $f(x)=\frac{(x-1)^3(x+2)(x-5)}{(2x+1)(x-4)^2}$ является дробно - рациональной , причем множитель*(x-1)* повторяется трижды, *(x-4)* – дважды. Числа -2; -0,5; 1; 4; 5 разбивают координатную прямую на интервалы, в каждом из которых *f(x)* сохраняет знак. У точки 1 два лепестка, у 4 – один.

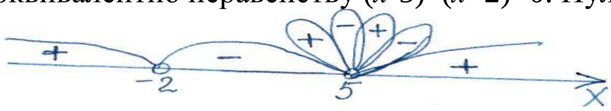


Ответ: [-2;-0,5)U[1;4)U(4;5]

Пример 5. Решить неравенство: $(x-1)^5\cdot(x+2)(2x-10-x^2)<0$

Решение:

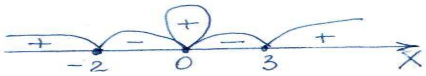
Множитель $(2x-10-x^2)<0$, так как дискриминант отрицательный, данное неравенство эквивалентно неравенству $(x-5)^5(x+2)>0$. Нули функции: -2;5.



Ответ: *x*€ (-∞;-2)U(5;+∞).

Пример 6. Решить неравенство $x^2(x+2)(x-3)\ge 0$.

Решение. Нули функции : -2;0;3. Отметим их на координатной прямой.



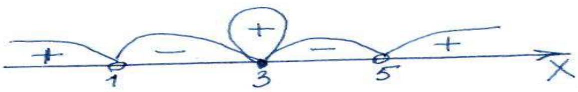
Ответ: $x\in(-\infty,-2]\cup\{0\}\cup[3,\infty)$.

Пример 7. Решить неравенство: $\dfrac{4-x}{x-5}\ge\dfrac{1}{1-x}$.

Решение.

$$\frac{4-x}{x-5}-\frac{1}{1-x}\ge 0\text{, т.е. }\frac{4-x-4x+x^2-x+5}{(x-5)(1-x)}\ge 0.$$

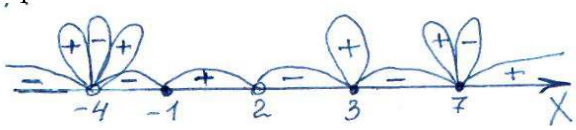
Это неравенство при $x\neq1$, $x\neq5$, эквивалентно неравенству $(x^2-6x+9)(x-5)(1-x)\ge 0$ $(x-3)^2(x-5)(1-x)\ge 0$, нули знаменателя:1;5, нули числителя: 3.



Ответ: $(-\infty;1)\cup\{3\}\cup(5;+\infty)$

Пример 8. Решить неравенство: *Решение:* $\dfrac{(x-3)^2(x-7)^3(x+1)}{(x-2)(x+4)^4}\ge 0$

Критические точки знаменателя: -4 и 2, критические точки числителя: -1; 3; 7.



X€ [-1;2)U { 3}U[7;+∞).

Ответ: [-1;2)U { 3} U [7;+∞).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Обобщая вышесказанное, перечислю существенные преимущества метода интервалов с использованием «лепестков»:

1. Появляется возможность расставлять знаки на интервалах, просто чередуя их.
2. Отпадает необходимость считать кратность корней. Если отмечая последовательно

критические точки обнаружен новый множитель, содержащий уже отмеченную критическую точку, то просто добавляем над ней то количество «лепестков», какова степень множителя.
3. Исчезает необходимость приводить все скобки к стандартному виду (x-a). При обнаружении как скобки (x-a), так и скобки (a-x) просто добавляем еще один «лепесток» над точкой a.
4. При таком методе решения неравенств практически никогда не теряются одиночные корни. При его решении обычным способом часто ищем те интервалы, которые отмечены знаком «-», и чаще всего забываем включить в ответ корень x=2. При нашем же методе над этой точкой появляется «лепесток», отмеченный как раз знаком «-» (рис3,в), что дает возможность обратить внимание на этот корень и включить его в ответ.
ВЫВОД: Способ «лепестков» упрощает решение неравенств методом интервалов.

Уметь решать неравенства нужно не только ради «самих неравенств». Есть задачи, решение которых сводится к умению решать неравенства тем или иным способом. Например: исследование свойств функции, область определения функции и промежутки знакопостоянства. Материалы моей работы можно использовать для самостоятельной подготовки к экзаменам.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Л.Н. Харламова «Профильное образование» .
2.Д.Письменный «Готовимся к экзамену по математике» (школа и ВУЗ), АЙРИС ПРЕСС 2000 г.
3. Научно-методический журнал « Математика в школе», 1998г.
4. Открытый банк заданий ЕГЭ. http://www.fipi.ru/os11/xmodules/qprint/
5. ЕГЭ контрольно-измерительные материалы 2013 г