

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИСТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ИЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СОСУДОВ

Маликова Г.С.

Научный руководитель канд. Физико-математических наук, старший
преподаватель Гилманов С.А.

Стерлитамакский филиал Башкирского Государственного университета.

Истечение из резервуара произвольной формы с постоянным притоком. Резервуары являются наиболее распространёнными хранилищами различных жидкостей. К наиболее существенным технологическим операциям с резервуарами относятся операции заполнения резервуаров и операции опорожнения. Если операция заполнения никаких существенных проблем перед гидравликой не ставит, то опорожнение резервуара может рассматриваться как прямая гидравлическая задача.

Пусть, в самом общем случае, имеем резервуар произвольной формы (площадь горизонтального сечения резервуара является некоторой функцией его высоты). В резервуар поступает жидкость с постоянным расходом Q_0 . Задача сводится к нахождению времени необходимого для того, чтобы уровень жидкости в резервуаре изменился с высоты влива H_1 до H_2 . Отметим, что площадь горизонтального сечения

резервуара несоизмеримо велика по сравнению с площадью живого сечения вытекающей струи жидкости, т. е. величиной скоростного напора в резервуаре можно пренебречь (уровень жидкости в резервуаре меняется с весьма малой скоростью).

Величина расхода при истечении жидкости является переменной и зависит от напора, т.е. текущей высоты влива жидкости в резервуаре $Q = f(H)$ Уровень

жидкости в резервуаре будет подниматься, если $Q_0 > Q$ и снижаться когда $Q_0 < Q$,

при притоке $Q_0 = Q$ уровень жидкости в резервуаре будет постоянным. Поскольку

движение жидкости при истечении из отверстия является неустановившемся, решение поставленной задачи осуществляется методом смены стационарных состояний.

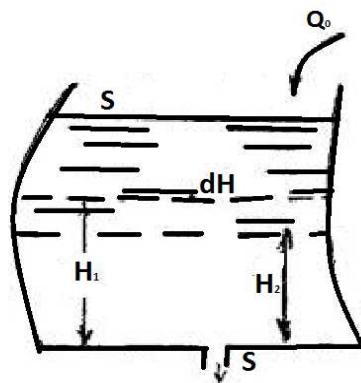


Рис 1. Резервуар произвольной формы с постоянным притоком.

Зафиксируем уровень жидкости в резервуаре на отметке H_1 . Этому уровню будет соответствовать расход жидкости при истечении из отверстия:

$$Q = \mu s \sqrt{2gH}$$

За бесконечно малый интервал времени из резервуара вытечет объём жидкости равный:

$$dW = Q dt = \mu s \sqrt{2gH} dt$$

За этот же интервал времени в резервуар поступит объём жидкости равный:

$$dW_0 = Q_0 dt$$

Тогда объём жидкости в резервуаре изменится на величину SdH :

$$SdH = (Q_0 - \mu s \sqrt{2gH}) dt$$

Выразив величину притока жидкости в резервуар Q_0 подобно расходу Q , получим:

$$Q_0 = \mu s \sqrt{2gH_0}$$

Тогда время, за которое уровень жидкости изменится на величину dH :

$$dt = \frac{S}{\mu s \sqrt{2g}} \cdot \frac{dH}{\sqrt{H_0} - \sqrt{H}}$$

Для дальнейшего решения резервуар следует разбить на бесконечно тонкие слои, для которых можно считать, что площадь сечения резервуара в пределах слоя постоянна.

Тем не менее, практического значения задача (в общем виде) не имеет. Чаще всего требуется искать время полного опорожнения резервуара правильной геометрической формы: вертикальный цилиндрический резервуар (призматический), горизонтальный цилиндрический, сферический.

Истечение жидкости из вертикального цилиндрического резервуара. Вертикальный цилиндрический резервуар площадью поперечного сечения S заполнен жидкостью до уровня H .

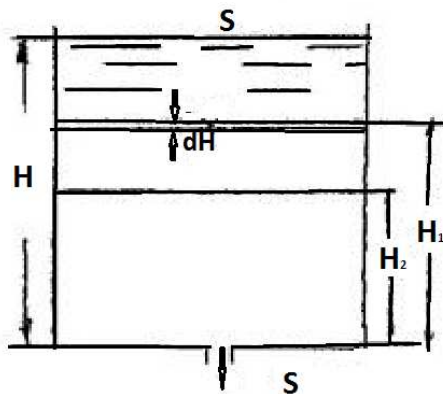


Рис 2.Вертикальный цилиндрический резервуар.

Приток жидкости в резервуар отсутствует. Тогда дифференциальное уравнение истечения жидкости будет иметь вид:

$$dt = - \frac{S}{\mu s \sqrt{2g}} \cdot \frac{dH}{\sqrt{H}}$$

Для начала определим время необходимое для перемещения уровня жидкости с отметки H_1 до H_2

$$t = \frac{S}{\mu s \sqrt{2g}} \cdot \int_{H_1}^{H_2} \frac{dH}{\sqrt{H}} = \frac{2S}{\mu s \sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})$$

Когда $H_1 = H$ а $H_2 = 0$, то время полного опорожнения резервуара составит:

$$t = \frac{2SH}{\mu s \sqrt{2gH}}$$

Таким образом, время полного опорожнения резервуара в два раза больше, чем время истечения этого же объёма жидкости при постоянном напоре равном максимальному напору Я.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аунг Зо Мо, Блатиков К. А., Сорокин И. В. Вычисление уровня жидкости в цилиндре при истечении через систему малых отверстий на дне . – XXXV Гагаринские чтения, М. : МАТИ , 2009, с. 73 .
2. Аунг Зо Мо, Матвеев В. Ю., Ширшиков А. В. Определения скорости истечения жидкости через систему малых отверстий на дне. – XXXV Гагаринские чтения, М. : МАТИ , 2009 , с. 135 .