

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КРИВЫХ ДОБЕГАНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЯХ РУСЛОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ СТОКА

В.С. Корниенко,

научный руководитель канд.физ.-мат.наук, доцент Е.Д. Карпова

*Институт математики и фундаментальной информатики СФУ*

Одной из основных проблем моделей стока, ориентированных на применение в гидрологических прогнозах, является крайне ограниченное информационное гидрометеорологическое обеспечение. На практике получили развитие модели, оперирующие с некоторыми осредненными по территории укрупненными показателями, отражающими в обобщающем виде реально протекающие природные процессы [1].

Важное место в существующих моделях стока отводится описанию движения воды в русловой сети. На практике применяется метод расчета, основанный на использовании кривой добегания  $\varphi(t)$  [1], с помощью которой гидрограф притока в русловую сеть речного бассейна  $q(t)$  преобразуется в гидрограф стока в замыкающем створе  $Q(t)$ . Например, для бесприточного участка русла используется интеграл свертки

$$Q(t) = \int_0^t \varphi(\tau) q(t-\tau) d\tau,$$

который является решением линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и нулевыми начальными данными.

Известны несколько способов установления кривой добегания: метод единичного гидрографа, метод изохрон, линейная и вероятностная модели добегания [1].

Линейные модели руслового добегания основаны на предположении, что любая гидрологическая система представляет некоторую емкость  $W$  (или систему емкостей  $\{W_i\}_{i=1}^n$ ), трансформирующую поступающий в нее приток  $q(t)$  [2]. Для каждой емкости

этот процесс может быть описан уравнением водного баланса  $\frac{dW}{dt} = Q(t) - q(t)$  и, так называемой, «кривой объемов»

$$W(t) = F(q(t), Q(t), c), \tag{1}$$

выражающей зависимость объема заполнения емкости  $W(t)$  от притока  $q(t)$  на входе, расхода  $Q(t)$  на выходе и набора параметров  $c$ , характеризующих систему емкостей. Кривая объемов, как правило, описывается линейным (алгебраическим или дифференциальным) уравнением.

В работах [1-2] дано статистико-вероятностное обоснование метода кривых добегания, что позволяет получить формулы для оценки параметров плотности распределения времени добегания элементарных объемов воды для участка русла либо для речного бассейна. В вероятностных моделях кривая добегания рассматривается как плотность распределения времени добегания элементарных объемов воды в гидрологической системе. Для ее аппроксимации используются функции плотности распределения вероятностей (гамма-распределение, распределение Бровковича, Крицкого-Менкеля [1]). Моменты кривой добегания, необходимые для описания плотности распределений, оцениваются на основе теоретических зависимостей и имеющихся данных наблюдений [1]. После этого обычно производится настройка набора параметров  $c$  из (3) для конкретной гидрологической системы с помощью методов оптимизации.

В настоящей работе проанализировано использование нескольких кривых добегания, применяющихся на практике, а также описанных в литературе:

- КД1 – кривая добегания Калинина – Милюкова для одного характерного участка ( $n = 1$ ). Параметр для оптимизации: среднее время добегания  $\bar{\tau}$ ;
- КД2 – кривая добегания Калинина – Милюкова для нескольких характерных участков ( $n = n_{opt}$ ,  $n$  - целое). Параметры для оптимизации: среднее время добегания  $\bar{\tau}$ , количество характерных участков  $n$ ;
- КД3 – кривая добегания на основе Г-распределения с учетом минимального времени добегания  $\tau_{min}$ . Параметры для оптимизации: средняя скорость добегания  $\bar{v}$ , коэффициент продольного рассеяния  $a$ , минимальное время добегания  $\tau_{min}$  [1];
- КД4 – кривая добегания Бровковича. Параметры для оптимизации: средняя скорость добегания  $\bar{v}$ , коэффициент продольного рассеяния  $a$  и отношение коэффициента асимметрии к коэффициенту эксцесса  $k = \frac{C_s}{C_v}$ ;
- КД5 – кривая добегания при неоднозначности кривой объемов. Параметры для оптимизации: средняя скорость добегания  $\bar{v}$ , коэффициент продольного рассеяния  $a$  [1];
- КД6 – кривая добегания при неоднозначности кривой объемов для нескольких характерных участков ( $n = n_{opt}$ ,  $n$  – целое). Параметры для оптимизации: средняя скорость добегания  $\bar{v}$ , коэффициент продольного рассеяния  $a$ , количество характерных участков  $n$  [1].

В качестве данных наблюдений были взяты данные по двум натурным экспериментам, считающимся в гидрологии эталонными.

1. Наблюдения за прохождением специального попуска ГЭС на двух участках (20.61 км и 27.76 км) на р. Тверца ниже Новотверецкой ГЭС [3]. Наблюдения ГГИ на р. Тверце освещают влияние широкой, местами заросшей, поймы на неустановившееся движение воды [1].

2. Наблюдения за прохождением Специального попуска ГЭС на участке (24.9 км) на р. Верхняя Волга ниже Ивановской ГЭС [4]. Пойма на исследуемом участке реки, напротив, оказывает незначительное влияние на прохождение попуска [1].

В табл. 1 приведены значения критерия оптимальности  $S = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (Q(t_i) - Q_i^{num})^2$

для рек Тверцы и Верхняя Волга. В табл. 2 приведены полученные оптимальные параметры соответствующих кривых добегания. На рис. 1, 2, 5 приведены кривые добегания, давшие два лучших значения критерия оптимальности для исследуемых участков. На рис. 3, 4, 6 приведен попуск ГЭС, фактический и рассчитанный по этим кривым добегания расходы в нижнем створе.

Таблица 1. Значения критерия оптимальности  $S$ .

Длина участка, км	КД1	КД2	КД3	КД4	КД5	КД6
для реки Тверцы ниже Новотверцовской ГЭС						
20,61	4,34	<b>3,83</b>	<b>3,73</b>	<b>3,01</b>	5,3	5,3
27,76	5,26	<b>1,88</b>	<b>1,76</b>	3,04	<b>1,88</b>	<b>1,88</b>
для реки Верхняя Волга ниже Ивановской ГЭС						
24,9	17,28	11,27	<b>9,23</b>	<b>8,87</b>	12,05	11,98

Таблица 2. Значения оптимальных параметров кривых добегаания.

Длина участка, км	КД1	КД2	КД3	КД4	КД5	КД6
для реки Тверцы ниже Новотверцовской ГЭС						
20,61	$m_1 = 32,8$	$m_1 = 23,6$ $n_{opt} = 2$	$m_1 = 28,52$ $\sigma = 21,4$	$m_1 = 23,54$ $\sigma = 23,484$ $C_s = 0,357$ $C_v = 0,997$	$m_1 = 32,9$ $\sigma = 22,97$	$m_1 = 32,9$ $\sigma = 22,83$ $n_{opt} = 1$
27,76	$m_1 = 69,4$	$m_1 = 60,7$ $n_{opt} = 4$	$m_1 = 36,03$ $\sigma = 28,1$	$m_1 = 31,9$ $\sigma = 22,9$ $C_v = 0,718$ $C_s = 0,574$	$m_1 = 58,0$ $\sigma = 41,4$	$m_1 = 58,0$ $\sigma = 41,4$ $n_{opt} = 1$
для реки Верхняя Волга ниже Ивановской ГЭС						
24,9	$m_1 = 14,7$	$m_1 = 14,21$ $n_{opt} = 4$	$m_1 = 11,1$ $\sigma = 10,19$	$m_1 = 8,99$ $\sigma = 9,21$ $C_s = 1,02$ $C_v = 1,33$	$m_1 = 14,54$ $\sigma = 10,5$	$m_1 = 13,87$ $\sigma = 8,54$ $n_{opt} = 4$

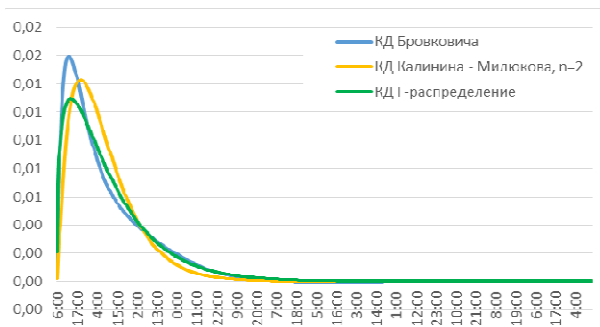


Рис. 1. Кривые добегаания для участка реки Тверцы длиной 20,61 км.

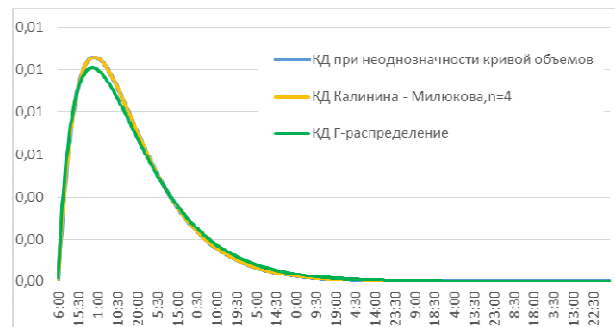


Рис. 2. Кривые добегаания для участка реки Тверцы длиной 27,76 км.

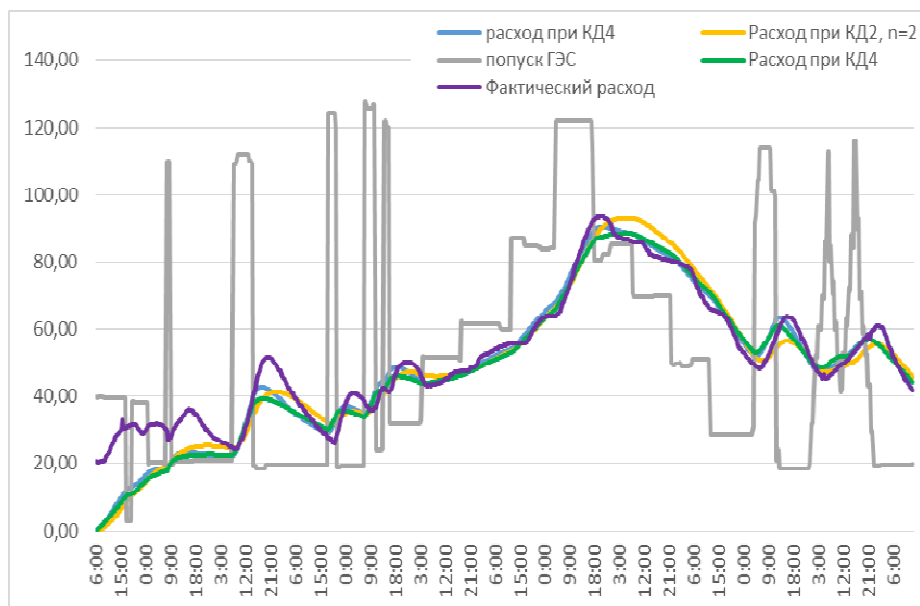


Рис. 3. Расход воды для участка реки Тверцы длиной 20,61 км.

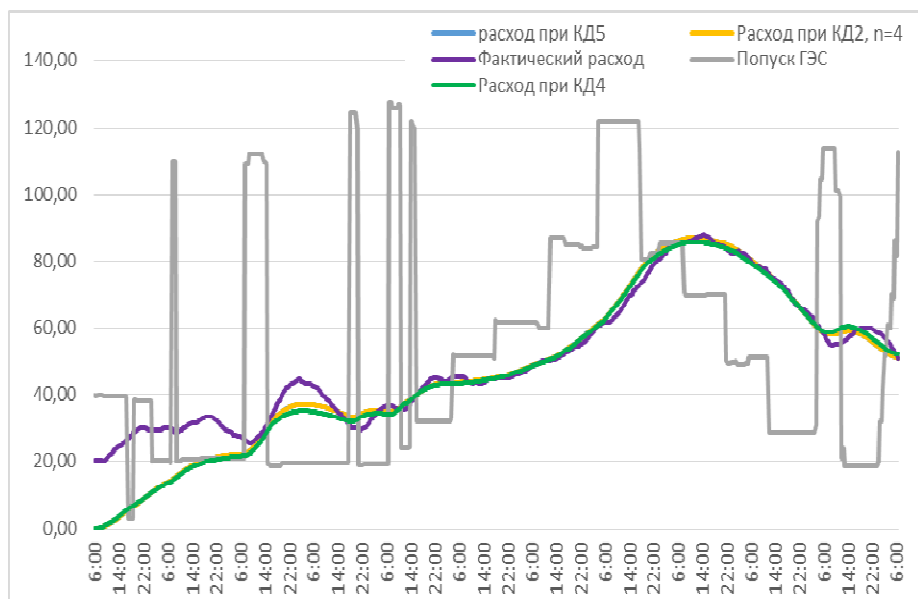


Рис. 4. Расход воды для участка реки Тверцы длиной 27,76 км.

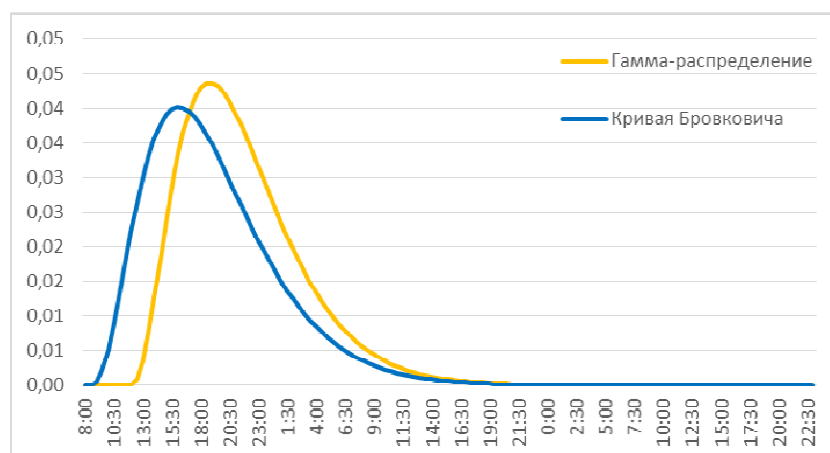


Рис. 5. Кривые добегания для участка реки Верхняя Волга длиной 24,9 км.

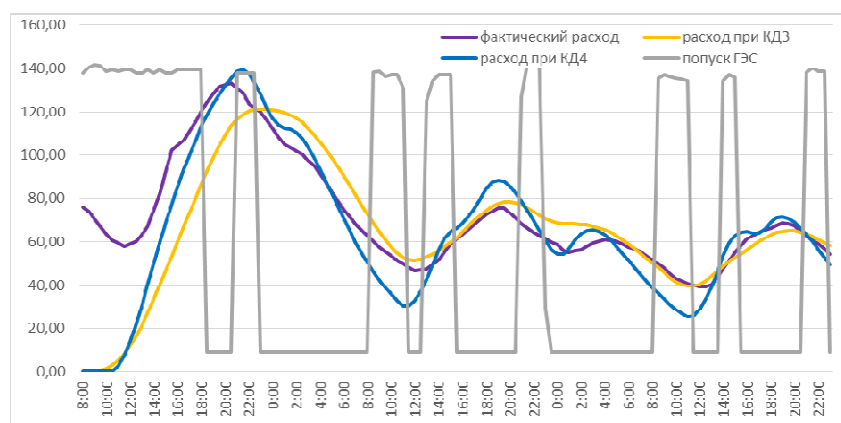


Рис. 6. Расход воды для участка реки Верхняя Волга длиной 24,9 км.

### Литература

- [1] Бураков Д.А. Кривые добегания и расчет гидрографа весеннего половодья. Томск: Томский госуниверситет, 1978. – 129 с.  
 [7] Бураков Д.А. К оценке параметров линейных моделей стока // Метеорология и гидрология. – 1989. – № 10. – С. 89-95.

[8] Исследования неустановившегося движения воды на реках Тверца и Оредеж. Л.: Гидрометеоиздат, 1961.

[9] Гильденблат Я.Д., Макулов В.В., Семиколенов А.С. Неустановившийся режим нижнего бьефа гидростанции. // Проблемы регулирования речного стока. – Вып. 2. – М.: АН СССР, 1948.