

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ С ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ РЕЛАКСАЦИЕЙ

Шебелев А.В.

научный руководитель кан. техн. наук Дектерёв А.А.

Сибирский Федеральный университет

Computational Fluid Dynamics (вычислительная гидродинамика) – численное моделирование газодинамических, химических, тепловых, плазменных процессов и других задач. Результаты моделирования получаются на основе решений уравнений Навье-Стокса. CFD моделирование стало дополнением к эксперименту т. к. эксперименты являются более дорогими и не всегда можно провести нужное испытание. Основные достоинства моделирования: скорость, полнота информации, возможность математического моделирования реальных условий, возможность моделирования идеальных условий.

Целью данной работы являлось численное моделирование течений жидкости в тестовых задачах: «Турбулентное течение жидкости в двумерном канале» [1] и «Расчёт стационарного двумерного турбулентного течения за обратным уступом» [2]

Уравнение Навье-Стокса для случая несжимаемой жидкости.

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla p + \nabla(\tau + \tau_s) + \rho \vec{g}$$

Тензор Рейнольдсовых напряжений

$$\tau_{ij}^t = \mu_t \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k \right]$$

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho u) = 0$$

P - скорость генерации турбулентности

$$P = \tau_{ij}^t \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

Модель k - ε - ζ - f

Уравнение на k -энергию турбулентных пульсаций

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v} \cdot k) = \nabla \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \cdot \nabla k \right) + P - \rho \varepsilon$$

Уравнение на ε -диссипацию энергии

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v} \cdot \varepsilon) = \nabla \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \nabla \varepsilon \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} P - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

Уравнение на μ_t – турбулентную вязкость, в отличии от стандартной k - ε модели турбулентности в состав турбулентной вязкости входит еще один параметр- ζ

$$\mu_t = \rho C_\mu k T \zeta$$

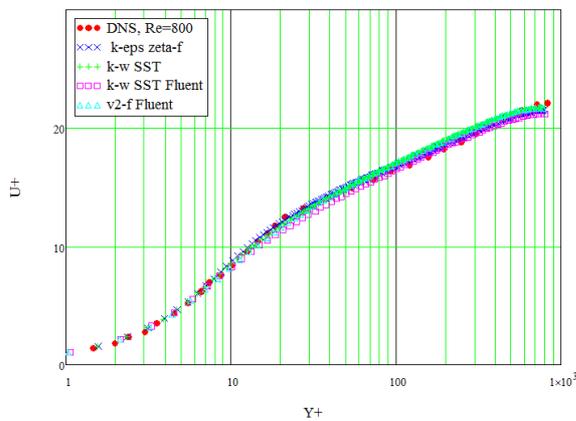
Уравнение на ζ – отношение квадрата пульсаций скорости к энергии турбулентных пульсаций

$$\frac{D\zeta}{Dt} = f - \frac{\zeta}{k} P + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\nu + \frac{\nu_k}{\sigma_\zeta} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial x_k} \right]$$

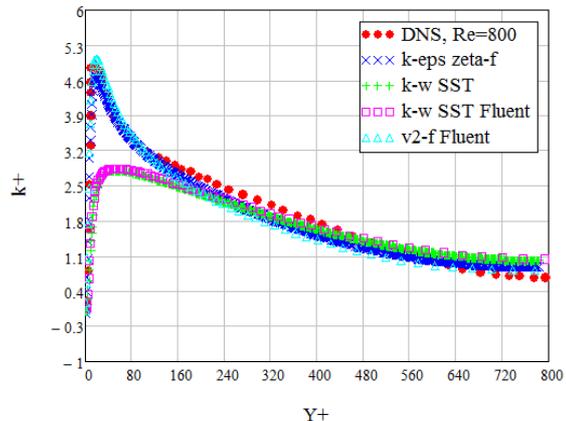
$$L^2 \nabla^2 f - f = \frac{1}{T} \left(C_1 - 1 + C'_2 \frac{P}{\varepsilon} \right) \left(\zeta - \frac{2}{3} \right)$$

В программном пакете FLUENT 14.0 реализована модель турбулентности $k-\varepsilon-\zeta-f$, в программном пакете Sigmaflow (код вычислительной гидродинамики, разрабатываемый кафедрой Теплофизики СФУ и красноярским филиалом Института Теплофизики СО РАН) реализована $k-\varepsilon-\nu^2-f$. Сравнение производилось с моделью турбулентности $k-\omega$ SST, которая имеет хорошую численную устойчивость, множество поправок для определенных условий, достаточно изучена.

Двумерное стационарное турбулентное течение в канале квадратного сечения. Данная задача выбрана в качестве тестовой по причине ее большого прикладного значения. Произведя расчеты можно корректно определить величину перепада давления на входе и выходе канала и подобрать соответствующее устройство для перекачки жидкости (газа).



а)



б)

Рис.1а Безразмерный профиль скорости

Рис.1б Безразмерный профиль энергии турбулентных пульсаций

Как видно из полученных результатов модели с эллиптической релаксацией показывают отличное совпадение с результатами DNS моделирования.

Расчёт стационарного двумерного турбулентного течения за обратным уступом. Выбор данного тестового задания обусловлен так же ее большим прикладным характером. На данной задаче проверяется, насколько корректно модель описывает отрывные течения. В данном случае точка отрыва является фиксированной и не подвержена влиянию входных параметров. Основной интерес представляет положение точки присоединения. Обратный уступ представляет собой одностороннее внезапное

расширение канала. Вследствие внезапного расширения происходит отрыв потока и формируется зона рециркуляции за уступом.

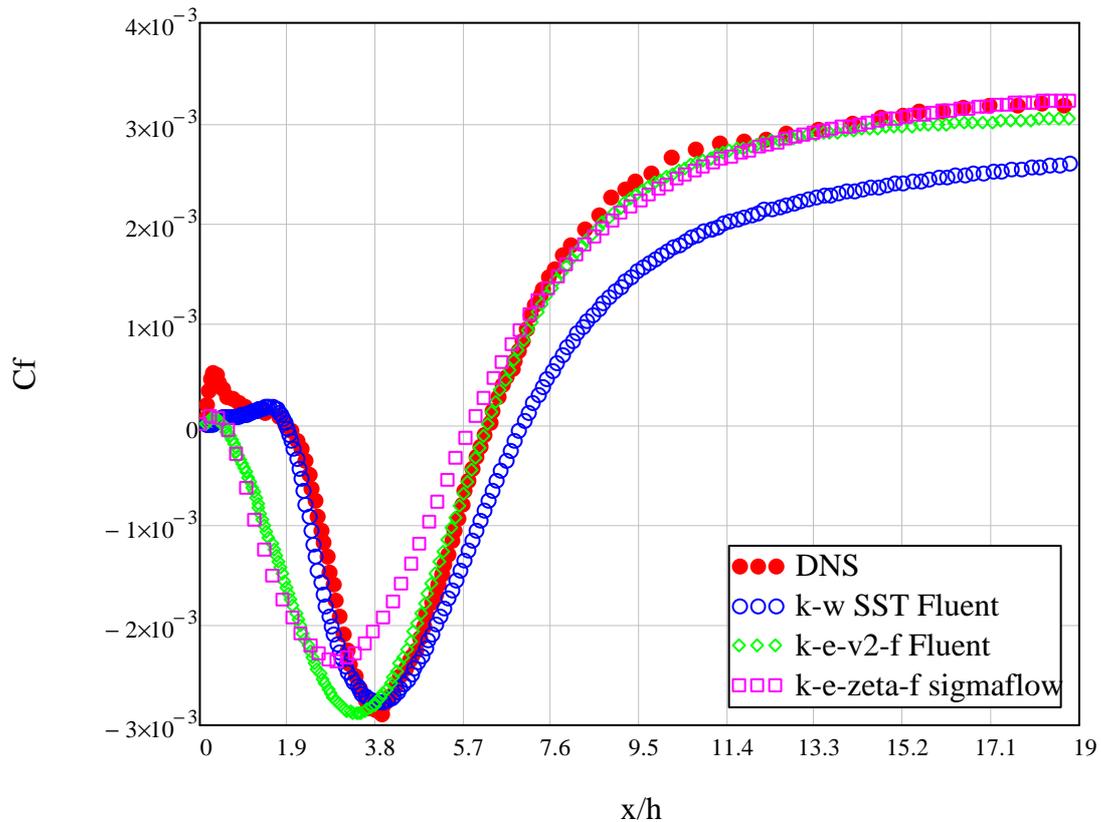


Рис.2 Коэффициент трения на нижней стенке

Из Рис.2 видно что модели не разрешают маленький вихрь возле уступа, центр вихря также смещен ближе к уступу, но при этом корректно описывают точку присоединения вихря по потоку.

Список используемой литературы:

1. Tanahashi, M., Kang, S.-J., Miyamoto, S., Shiokawa, S., Miyauchi, T.: Scaling law of fine scale eddies in turbulent channel flows up to $Re\tau = 800$. *Int. J. Heat Fluid Flow* **25**, 331–340 (2004)
2. Le, H. & Moin, P., Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. Stanford Univ., Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs, 1992, pp.161-173.