УДК 5.519.2

АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Балдыков В.П.,
научный руководитель канд. техн. наук Даничев А.А..
Сибирский Федеральный Университет Институт космических и информационных технологий

Введение

В настоящее время для изучения свойств сложных систем, в том числе и при экспериментальных исследованиях, широко используется подход, основанный на анализе сигналов, произведенных системой. Это очень актуально в тех случаях, когда математически описать изучаемый процесс практически невозможно, но в нашем распоряжении имеется некоторая характерная наблюдаемая величина. Например, в сейсмологии — запись колебаний земной коры.

Ясно, что наличие только лишь временного ряда вместо полного решения уравнений сильно ограничивает наши знания об изучаемой системе. Это налагает большие ограничения на возможности метода реконструкции.

На сегодняшний день разработано и обосновано несколько различных методов прогноза. Однако все они подразделяются на два основных класса: локальные и глобальные. Такое деление проводится по области определения параметров аппроксимирующей функции, рекуррентно устанавливающей следующее значение временного ряда по нескольким предыдущим.

Задачи анализа временных рядов

Существуют две основные цели анализа временных рядов: определение природы ряда и прогнозирование (предсказание будущих значений временного ряда по настоящим и прошлым значениям). Обе эти цели требуют, чтобы модель ряда была идентифицирована и, более или менее, формально описана. Как только модель определена, вы можете с ее помощью интерпретировать рассматриваемые данные (например, использовать в вашей теории для понимания сезонного изменения цен на товары, если занимаетесь экономикой). Не обращая внимания на глубину понимания и справедливость теории, вы можете экстраполировать затем ряд на основе найденной модели, т.е. предсказать его будущие значения.

Для анализа мы берем следующие методологии:

- Преобразование Фурье;
- Вейвлет преобразование;
- Корреляционный анализ;
- Метод «Гусеница».

Преобразование Фурье

Математический смысл преобразования Фурье состоит в представлении сигнала y(x) в виде бесконечной суммы синусоид вида $F(\omega)\cdot\sin(\omega x)$. Функция $F(\omega)$ называется преобразованием Фурье, или интегралом Фурье, или Фурье-спектром сигнала. Ее аргумент ω имеет смысл частоты соответствующей составляющей сигнала. Обратное преобразование Фурье переводит спектр $F(\omega)$ в исходный сигнал y(x).

Преобразование Фурье является комплексной величиной, даже если сигнал действительный.

Преобразование Фурье имеет огромное значение для различных математических приложений, и для него разработан очень эффективный алгоритм, называемый алгоритмом БПФ (быстрым преобразованием Фурье). Он настолько популярен, благодаря своей супер экономичности, что практически во всех математических пакетах организован в виде подпрограммы.

Вейвлет преобразование

Первое упоминание о вейвлетах появилось в литературе по цифровой обработке и анализу сейсмических сигналов (работы А.Гроссмана и Ж.Морле). В последнее время возникло и оформилось целое научное направление, связанное с вейвлет-анализом и теорией вейвлет-преобразования. Вейвлеты широко применяются для фильтрации и предварительной обработки данных, анализа состояния и прогнозирования ситуации на фондовых рынках, распознавания образов, при обработке и синтезе различных сигналов, например речевых, медицинских, для решения задач сжатия и обработки изображений, при обучении нейросетей и во многих других случаях.

Несмотря на то, что теория вейвлет-преобразования уже в основном разработана, точного определения, что же такое "вейвлет", какие функции можно назвать вейвлетами, насколько мне известно, не существует. Вейвлеты могут быть ортогональными, полуортогональными, биортогональными. Эти функции могут быть симметричными, асимметричными и несимметричными. Различают вейвлеты с компактной областью определения и не имеющие таковой. Некоторые функции имеют аналитическое выражение, другие – быстрый алгоритм вычисления связанного с ними вейвлет-преобразования.

Несмотря на то, что математический аппарат вейвлет-анализа хорошо разработан и теория, в общем, оформилась, вейвлеты оставляют обширное поле для исследований. Достаточно сказать, что выбор вейвлета, наиболее подходящего для анализа конкретных данных, представляет собой скорее искусство, чем рутинную процедуру. Кроме того, огромное значение имеет задача разработки приложений, использующих вейвлет-анализ – как в перечисленных областях, так и во многих других, перечислить которые просто не представляется возможным.

Корреляционный анализ

Корреляционный анализ позволяет выявить существенные свойства временных рядов. В том числе периодические зависимости и временные лаги для единичного процесса (автокорреляция) или между несколькими процессами (кросскореляция).

Чем больше информации относительно величина Y содержится в исходных x1, x2,x3 … тем более тесную связь мы можем выявить между ними.

Установив характер взаимосвязи можно получить ожидаемое значение зависимой переменной при заданных значениях объясняющих переменных, то есть построить эконометрическую модель.

Добившись разбиения зависимой переменной на случайную и объясненную, мы можем, в частности, построить строить тренд.

Сам анализ состоит из нахождения взаимосвязей между значениями X(t) , нахождения тренда, между отклонением значений от линии тренда. Вычитая линию тренда из функции x(t) мы получим некоторые остатки, анализ этих остатков позволяет выявить существование периодичности и тенденции к смене тренда.

Метод «Гусеница»

Во многих частных случаях к настоящему времени созданы мощные теории с развитым аппаратом приложений и компьютерными реализациями в виде библиотек и пакетов программ. Так, для функций видаf(t) = fT(t) + e(t) такой теорией является теория аппроксимации (при малых e(t)) или метод наименьших квадратов математической статистики (прибольших e(t)), для функций вида f(t) = fn(t) хорошо работает теория гармонических рядов Фурье.

Однако, во многих ситуациях возникают достаточно большие сложности эффективного исследования функций. Примером может быть случай f(t) = fT(t) + fn(t), где при отсутствии априорной информации о частотах компонент периодической составляющей не работают ни теория аппроксимации, ни теория рядов Фурье. В различных конкретных приложениях придумано много эвристических приемов, но они, как правило, плохо теоретически обоснованы. При использовании метода "Гусеница" часто оказывается возможным (приближенно) выделить отдельные составляющие исходного ряда.

Заключение

Мы рассмотрели наиболее сильные метода анализа временных рядов. И каждый метод имеет свою особенность. Например: частотный анализ Фурье не работает на нестационарных рядах; Вейвлет преобразованиеограничено функциями, заданными в мат. пакетах, далее, после получение вейвлетов существует проблема их интерпретации; «Гусеница»-малоизвестная, но быстро распространяющаяся методология, она позволяет использовать все достоинства выше указанных методов, к примеру, убрав тренд мат. софтом, мы можем с помощью «Гусеницы» разложить ряд на главные компоненты и рассмотреть их, далее сгруппировать их как угодно, например, увидев сезонную составляющую или не убранный тренд.

Имея группу методов мы ставим перед собой цель разработать и описать методологию анализа нестационарного нелинейного временного ряда, используя свойства существующих методов.