

## УПРОЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ ЛИТЕЙНОГО АГРЕГАТА СЛИПП.

**Яживьюк П.Н.**

научный руководитель – доктор технических наук Пискажова Т.В.

*Сибирский федеральный университет*

*Институт цветных металлов и материаловедения*

### Аннотация

В работе приводится упрощенная математическая модель процесса совмещённого литья и прокатки-прессования с помощью агрегата СЛИПП. Такая модель необходима для успешного автоматического управления промышленной установкой. Производство алюминиевой катанки – энергоёмкий процесс. Для промышленной эксплуатации установки необходимо автоматизировать работу агрегата. Для этого необходимо создать математическую модель процесса.

### Введение

Объектом исследования является литейный комплекс СЛИПП, реализующий метод совмещённого литья и прокатки-прессования [1] и состоящий из печи для приготовления сплава, раздаточного лотка, прокатной клетки, приемного устройства для заготовок в виде прутка. В установку СЛИПП поступает жидкий металл (горячая заготовка) после раздаточного желоба. Установка прессует металл сечением 20x10 мм (40x20) при помощи двух валков и матрицы в пруток  $d$  9,5. Полученный пруток направляется на накопитель.

Агрегат имеет следующие узлы:

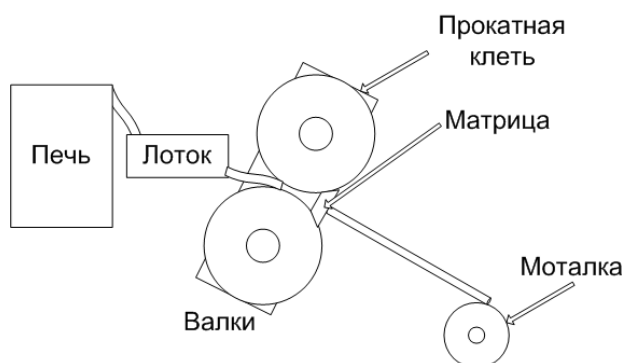


Рисунок 1 – Узлы агрегата СЛИПП

Для решения задач управления необходимо создать математическую модель, которая позволит рассчитать - визуализировать процесс и отладить алгоритмы управления на виртуальной модели. Также упрощенные уравнения могут работать непосредственно в алгоритмах АСУТП.

### Математическая модель.

В работе [2] была выполнена постановка задачи моделирования агрегата СЛИПП. Предполагается рассчитывать температуру и скорость движения металла в каждом узле на рисунке 1.

Упрощенные модели узлов приводятся для квазистационарного режима, то есть расход металла и скорость вращения валков неизменны.

### 1 Печь

Для начала расчётов можно не рассматривать нагревание металла в печи и считать температуру на выходе из печки в лоток достигнутой  $T$  заданной.

Чтобы обеспечить постоянный расход  $Q_M$ , печь должна выливать металл с постоянной скоростью:

$$\frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{\alpha_0 - \alpha_{\text{конечн}}}{T}, \quad (1.1)$$

где  $\alpha_0$  - угол наклона печи, при котором начинается выливка металла;  $\alpha_{\text{конечн}}$  - максимальный угол наклона печи;  $T$  – время, за которое с заданным расходом выливается весь ковш.

Угол  $\alpha_0$  найдём по формуле:

$$\alpha_0 = \text{arcctg} \left( \frac{2 \cdot V_{\text{пустоты}}}{\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot d} \right), \quad (1.2)$$

где  $d$  – диаметр тигля печи;  $V_{\text{пустоты}}$  – объём, не занятый металлом в печке.

### 2 Лоток

Уровень металла в лотке  $h(x)$  можно найти по уравнению:

$$h(x) = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot \nu \cdot Q_M}{\rho \cdot g \cdot \sin\alpha}}, \quad (2.1)$$

где  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости;  $Q_M$  – расход металла;  $\rho$  – плотность металла;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\alpha$  – угол наклона лотка.

Скорость металла в лотке  $U_{\text{ср}}$  найдём по формуле:

$$U_{\text{ср}} = \frac{g \cdot h^2 \cdot \sin\alpha}{3 \cdot \nu}. \quad (2.2)$$

Формулы (2.1) и (2.2) получены с помощью примера из [3].

Для расчёта температуры металла в лотке рассмотрим уравнение теплопроводности для движущейся среды:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U_{\text{ср}} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{c \cdot \rho} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} - K_{M-E} \cdot (T - T_E) - K_{M-L} \cdot (T - T_L), \quad (2.3)$$

где  $T$  – средняя по толщине слоя температура металла,  $c$  – удельная теплоёмкость металла,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности металла,  $T_E$  – температура окружающей среды,  $T_L$  – температура лотка,  $K_{M-E}$  – коэффициент теплообмена на границе металл-атмосфера,  $K_{M-L}$  – коэффициент теплообмена на границе металл-лоток.

В стационарном случае, пренебрегая теплопроводностью по сравнению с адвективным переносом ( $\frac{\lambda}{c \cdot \rho \cdot L} \ll U_{\text{ср}}$ ,  $L$  – длина лотка), получаем уравнение:

$$U_{\text{ср}} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = K_{M-E} \cdot (T - T_E) + K_{M-L} \cdot (T - T_L). \quad (2.4)$$

Численное решение этого уравнения имеет вид:

$$T_M^{n+1} = T_M^n + \frac{\Delta x}{U_{\text{ср}}} \cdot \{K_{M-E} \cdot (T_E - T_M) + K_{M-L} \cdot (T_L - T_M)\}, \quad (2.5)$$

Таким образом, зная температуру металла в печи, можно найти температуру металла на входе в прокатную клеть.

### 3 Прокатная клеть

Для рассмотрения температуры металла при прохождении через клеть необходимо рассматривать уравнение аналогичное (2.4) с добавлением тепла кристаллизации. Температура валков  $T_B$  должна рассчитываться по уравнению теплопроводности  $T_B(x, y, t)$ :

$$\frac{\partial T_B}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T_B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2} \right), \quad (3.1)$$

При этом в упрощенной постановке можно для расчета температуры металла использовать следующее уравнение:

$$U_{\text{ср}} \frac{dT}{dx} = K_{M-B} \cdot (T_B - T) + Q_{\text{кристаллизации}}(x), \quad (3.2)$$

где  $U_{\text{ср}}$  – средняя скорость металла между валками, обусловленная скоростью вращения валков и зазором между ними и конечно связанная с заданным расходом  $Q_M$ .

$$U_{\text{ср}} = \frac{Q_M}{\rho \cdot S_{\text{зазора}}}, \quad (3.3)$$

где  $S_{\text{зазора}}$  – площадь сечения ручейка.

Температуру поверхности валков, соприкасающуюся с металлом для предварительных расчетов будем считать постоянной.

Решение уравнения (3.2) в разностном виде запишется :

$$T_M^{n+1} = T_M^n + \frac{\Delta x}{U_{\text{ср}}} \cdot \{K_{M-B} \cdot (T_B - T_M) + Q_{\text{кристаллизации}}\}, \quad (3.4)$$

### 4 Пруток после выхода из матрицы

Для остывания прутка запишем разностное уравнение:

$$T_M^{n+1} = T_M^n + \frac{\Delta x}{U_{\text{ср}}} \cdot \{K_{M-Воздух} \cdot (T_{\text{Воздух}} - T_M) + K_{M-Вода} \cdot (T_{\text{Вода}} - T_M)\}, \quad (4.1)$$

Коэффициент  $K_{M-Вода}$  используем, если пруток подвергается водяному охлаждению.

## 5 Накопитель

Угловая скорость вращения накопителя рассчитывается исходя из его геометрических размеров и времени протекания процесса:

$$\omega = \frac{V_{\text{прутка}}}{R_{\text{накопителя}}} = \frac{V_{\text{прутка}}}{\left(\frac{t}{T_1}\right) \cdot d_{\text{прутка}} + \frac{d_{\text{накопителя}}}{2}}, \quad (5.1)$$

где  $V_{\text{прутка}}$  – скорость поступления металлического прутка в накопитель;  $R_{\text{накопителя}}$  – радиус накопителя;  $t$  – время от начала намотки прутка на накопитель до текущего момента;  $T_1$  – время заполнения одного слоя накопителя.

$$T_1 = 3,14 \cdot d_{\text{накопителя}} \cdot \frac{n_B}{V_{\text{прутка}}}, \quad (5.2)$$

где  $n_B$  – количество витков по ширине накопителя, рассчитываемое по формуле:

$$n_B = \frac{B}{d_{\text{прутка}}}, \quad (5.3)$$

где  $B$  – ширина накопителя.

Следует отметить, что при расчёте отношения  $\left(\frac{t}{T_1}\right)$  и ширины накопителя  $B$  их значения округляются в меньшую сторону до целочисленных значений.

## Список литературы

1. Патент RU 2457914 С1
2. Якивчук П.Н. Разработка математической модели литейного агрегата СЛИПП, реализующего метод совмещённого литья и прокатки-прессования для производства пресс-изделий из цветных металлов и сплавов [текст] // Сидельников С.Б., Пискажова Т.В., Белолипецкий В.М., Якивчук П.Н.. – сборник трудов 17 Всероссийской научно-практической конференции «Металлургия: технологии, управление, инновации, качество» под общей редакцией профессора Е.В. Протопопова – 2013 год – с. 174-178.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. 6. Гидродинамика. – 3-е изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред. Физ-мат. Лит., 1986. – 736 с.