

К ВОПРОСУ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ БАТАННЫХ ВАЛОВ ТКАЦКИХ МАШИН

Степанов И.А.

научный руководитель канд. техн. наук Мещеряков А. В.

Московский государственный университет дизайна и технологии

Батанные валы ткацких машин работают в условиях сложного напряженного состояния. Оно создается нагрузками, вызывающими изгиб и кручение этих деталей. Изгиб вала вызывают силы инерции и прибоя уточной нити. Кручение – работа кулачкового привода батанного вала. При расчете на изгиб батанный вал, ряда ткацких машин, можно представить трехопорной балкой, на которую, с некоторой долей условности, действует распределенная нагрузка рис.1. К такой схеме можно свести батанные валы широких ткацких машин СТБ, ткацких машин АТПР, некоторых моделей зарубежных ткацких машин.

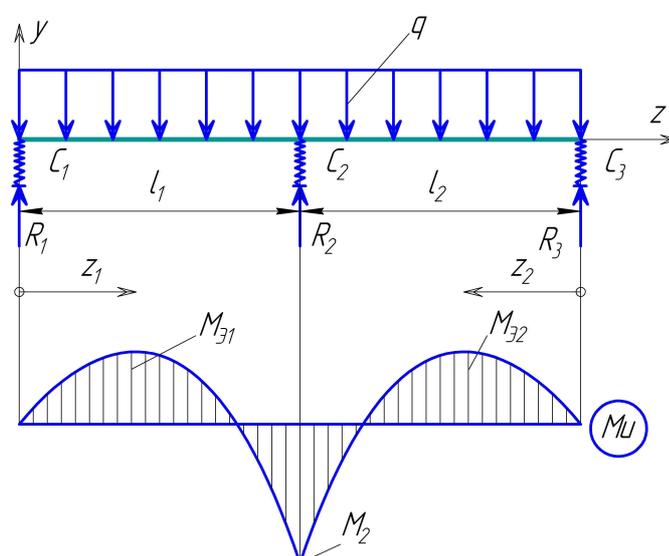


Рис. 1

В работе поставлена задача провести исследование влияния жесткости опор батанного вала на его прочность, т.е. подобрать такие жесткости опор, при которых вал выдерживает наибольшую нагрузку на изгиб.

Система батанного вала (см. рис.1) один раз статически неопределима. Раскрытие ее статической неопределимости выполним с помощью теоремы Кастилиано, которая в данном случае дает простое решение

$$\delta_1 = \frac{\partial U}{\partial R_1}, \quad (1)$$

где δ_1 - перемещение первой опоры в направлении реакции R_1 ;

R_1 - реакция в первой опоре;

U - потенциальная энергия деформации системы батанный вал - опоры.

Потенциальную энергию деформации выразим через энергию изгиба вала и энергию деформации опор

$$U = \sum \int_{l_j} \frac{Mu_j^2 dz}{2EJ_x} + \sum \frac{R_i^2}{2C_i}, \quad (2)$$

где Mu_j - изгибающий момент на j -том участке;
 E - модуль упругости первого рода материала вала;
 J_x - осевой момент инерции вала;
 R_i - реакция в i -той опоре;
 C_i - жесткость i -той опоры.

Функции изгибающих моментов на участках вала удобно записать в форме:

1-ый участок

$$Mu_1 = R_1 z_1 - \frac{qz_1^2}{2}; \quad (3)$$

2-ой участок

$$Mu_2 = R_3 z_2 - \frac{qz_2^2}{2}, \quad (4)$$

где q - интенсивность распределенной нагрузки;
 z_1 - расстояние от первой опоры до рассматриваемого сечения первого участка;
 z_2 - расстояние от третьей опоры до рассматриваемого сечения второго участка.

Подставив эти выражения в формулу (2) и продифференцировав по R_1 , получим следующее выражение

$$\frac{\partial U}{\partial R_1} = \int_0^{l_1} \frac{\left(R_1 z_1 - \frac{qz_1^2}{2}\right) \cdot z_1}{EJ_x} dz + \int_0^{l_2} \frac{\left(R_3 z_2 - \frac{qz_2^2}{2}\right) z_2 \cdot \frac{\partial R_3}{\partial R_1}}{EJ_x} dz + \frac{R_1}{C_1} + \frac{R_2}{C_2} \frac{\partial R_2}{\partial R_1} + \frac{R_3}{C_3} \frac{\partial R_3}{\partial R_1} = 0. \quad (5)$$

Используя уравнения статики, выразим реакции опор R_2 и R_3 через R_1 :

$$\begin{aligned} \sum M_3 = 0 & \quad R_2 = (l_0 + 1) \left(\frac{ql_2}{2} (l_0 + 1) - R_1 \right); \\ \sum M_2 = 0 & \quad R_3 = R_1 l_0 - \frac{ql_2}{2} (l_0^2 - 1), \end{aligned}$$

где $l_0 = \frac{l_1}{l_2}$.

Учитывая выражения реакций R_2 и R_3 , из уравнения (5) получаем выражение для реакции в первой опоре R_1

$$R_1 = ql_2 \frac{\frac{(l_0^3 + 1) \cdot l_0}{8} + \frac{(l_0^2 - 1) \cdot l_0}{6} + A \left[\frac{\alpha_2}{2} (l_0 + 1)^3 + \frac{\alpha_3}{2} (l_0^2 - 1) \cdot l_0 \right]}{\frac{(l_0^2 + 1) \cdot l_0}{3} + A [1 + \alpha_2 (l_0 + 1)^2 + \alpha_3 l_0]}, \quad (6)$$

где $\alpha_2 = \frac{C_1}{C_2}$; $\alpha_3 = \frac{C_1}{C_3}$; $A = \frac{EJ_x}{C_1 l_2^3}$.

Процесс производства ткани требует равной длины участков батанного вала, а его опоры конструктивно выполняются одинаковой жесткости, т.е. $l_1 = l_2 = l$, $C_1 = C_2 = C_3 = C$, $\alpha_2 = 1$, $\alpha_3 = 1$, $l_0 = 1$. При таком конструктивном решении эпюра изгибающего момента M_i в батанном валу (см. рис.1) будет симметричной относительно средней опоры и $M_{\mathcal{O}1} = M_{\mathcal{O}2} = M_2$. Для такого случая реакция R_1 получается равной

$$R_1 = \frac{3}{8} ql \frac{1+16A}{1+9A}. \quad (7)$$

Запишем уравнения для экстремального значения момента в первом пролете и момента в среднем сечении:

$$M_{\mathcal{O}} = \frac{R_1^2}{2q}; \quad (8) \quad M_2 = R_1 l_1 - \frac{ql_1^2}{2}. \quad (9)$$

Подставляя в эти выражения значение R_1 (7) и разделив их на ql^2 , получим выражения для приведенных моментов $\overline{M}_{\mathcal{O}}$ и \overline{M}_2 :

$$\overline{M}_{\mathcal{O}} = \frac{M_{\mathcal{O}}}{ql^2} = \frac{9}{128} \left(\frac{1+16A}{1+9A} \right)^2; \quad (10) \quad \overline{M}_2 = \frac{M_2}{ql^2} = \frac{4A-1}{24A+8}. \quad (11)$$

Используя выражения (10) и (11) построим графики зависимостей приведенных моментов $\overline{M}_{\mathcal{O}}$ и \overline{M}_2 от параметра A рис .2.

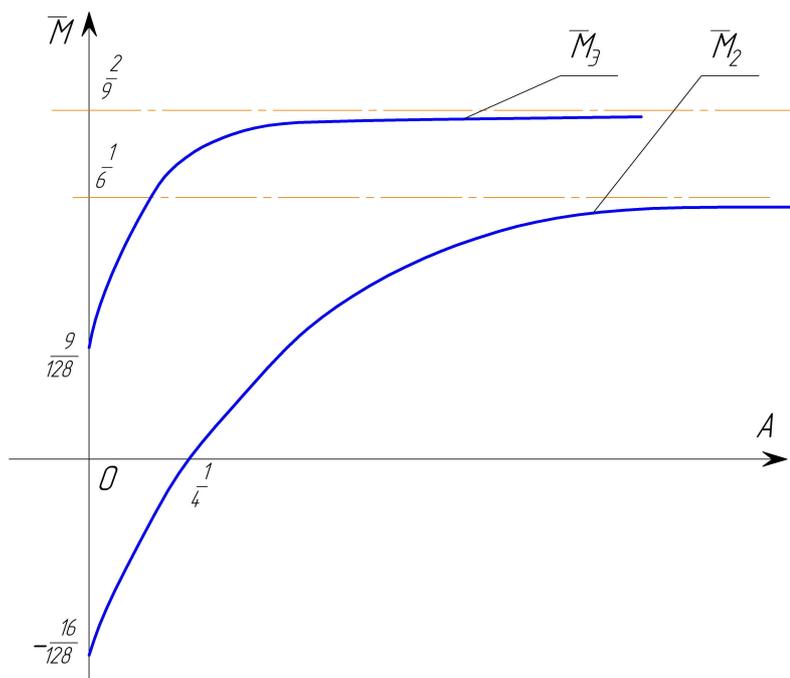


Рис. 2

Из графиков на рис.2 следует, что симметричная конструкция с одинаковой жесткостью опор, не может быть оптимальной ни при каких жесткостях опор, т.к. моменты $\overline{M}_{\mathcal{O}}$ и \overline{M}_2 не будут равны между собой.

Оптимизацию конструкции можно выполнить, изменяя жесткость опор C_1, C_2, C_3 . Конструктивно в батанных механизмах можно регулировать жесткость средней опоры. Условие оптимизации запишем в виде $M_{\mathcal{O}} = -M_2$. Выражение (6) при $l_0 = 1$ и $\alpha_3 = 1$ примет вид

$$R_1 = \frac{3}{8} ql \frac{1+16A\alpha_2}{1+3A(1+2\alpha_2)}. \quad (12)$$

Учитывая выражения моментов $\overline{M_1}$, $\overline{M_2}$ и условие оптимизации получим выражение для реакции в первой опоре R_1

$$R_1 = 0,414 ql. \quad (13)$$

Приравняв выражения (12) и (13), получим зависимость между жесткостями опор C_1 и C_2

$$89,6302 \cdot \frac{B}{C_2} - 31,6891 \cdot \frac{B}{C_1} = 1, \quad (14)$$

Уравнение (14) является уравнением прямой. Ее график приведен на рис. 3.

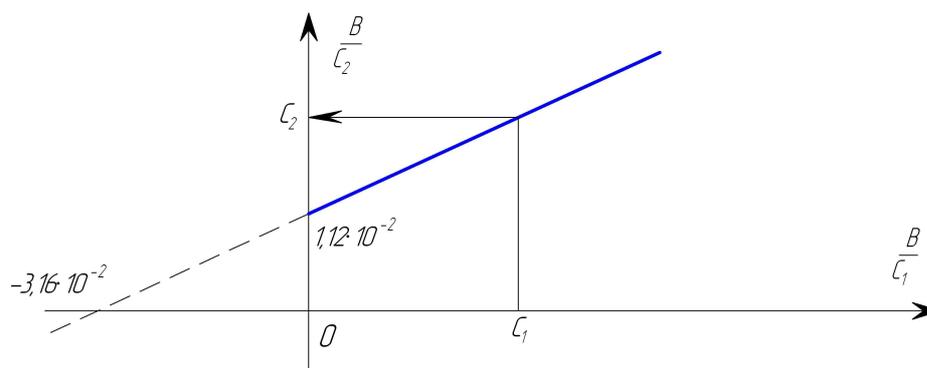


Рис. 3

Используя график на рис.3 или формулу (14) можно, задаваясь величиной жесткости первой опоры C_1 , определить жесткость средней опоры C_2 из условия, что все изгибающие моменты в батанном валу будут одинаковыми по модулю.

Полученные в работе результаты показывают, что изменяя жесткость средней опоры батанного вала ткацких машин, можно улучшить условия его работы на изгиб. Этого можно достичь меняя конструкцию кронштейна, на котором устанавливается средняя опора.