

УДК 514.48 : 371.3

ЖЕРАР ДЕЗАРГ. ТЕОРЕМА ДЕЗАРГА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Погребняк Д.Д.

Научный руководитель доцент кафедры НГ и Ч ПИ Борисенко И.Г.
ФГАОУ ВПО Сибирский федеральный университет

*"Приобретение любого познания всегда полезно для ума,
ибо он сможет отвергнуть бесполезное и сохранить хорошее.
Ведь ни одну вещь нельзя ни любить, ни ненавидеть,
если сначала ее не познать."*

Леонардо да Винчи

Проблема данной темы носит актуальный характер среди старших классов и студентов первых курсов. Об этом свидетельствует частое изучение поднятых вопросов. С момента возникновения геометрия развивалась, тесно переплетаясь с другими науками: математикой, механикой, физикой, а также оказывала влияние на разработку теоретических основ в технике и изобразительном искусстве. Время и место

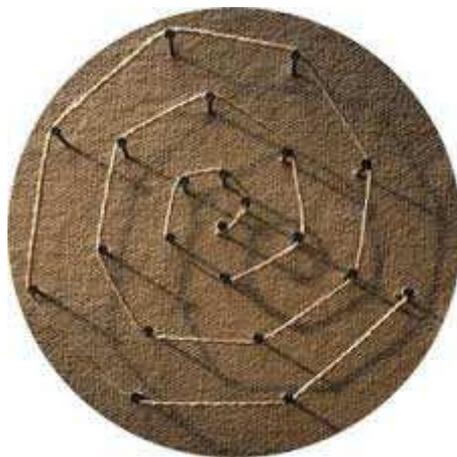


возникновения геометрии не установлено. Теорему Декарта и ее применение изучает сразу несколько взаимосвязанных дисциплин. Основной материал, изложенный в данной работе, носит общий характер рассмотрения вопросов проблемы данного исследования.

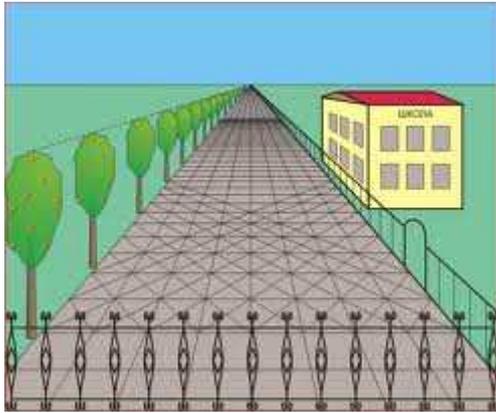
Жерар Декарт (Desargues) [1593–1662, (по др. данным – 1591–1661)], французский математик. Был военным инженером. Заложил основы проективной и начертательной геометрии. В своих исследованиях систематически применял перспективное изображение. Первым ввел в геометрию бесконечно удаленные элементы. Декарту принадлежит одна из основных теорем проективной геометрии (теорема Декарта) также сочинения о резьбе по камню и о солнечных часах, где он даёт геометрические обоснования практическим

операциям. В 1636 г. Декарт написал небольшое сочинение под заглавием «Общий метод изображения предметов в перспективе» (Париж, 1636). В этой работе он впервые применяет метод координат для построения перспективных масштабов. В качестве одной из осей он выбирает линию пересечения картинной и предметной плоскости, второй осью служит перпендикуляр к предметной плоскости, лежащий в картинной плоскости, а третьей – перпендикуляр к картинной плоскости, лежащий в предметной. Следовательно, картинная и предметная плоскости служат двумя координатными плоскостями, а третья к ним перпендикулярна. На осях координат наносятся масштабы широт, высот и глубин, при этом последний дается в перспективе. Другое

сочинение Декарта, посвященное вопросу о пересечении конуса плоскостью (1639) было утеряно и только случайно в 1845 г. французский геометр и историк математики М. Шаль нашел у одного парижского букиниста рукописную копию с этого замечательного труда.

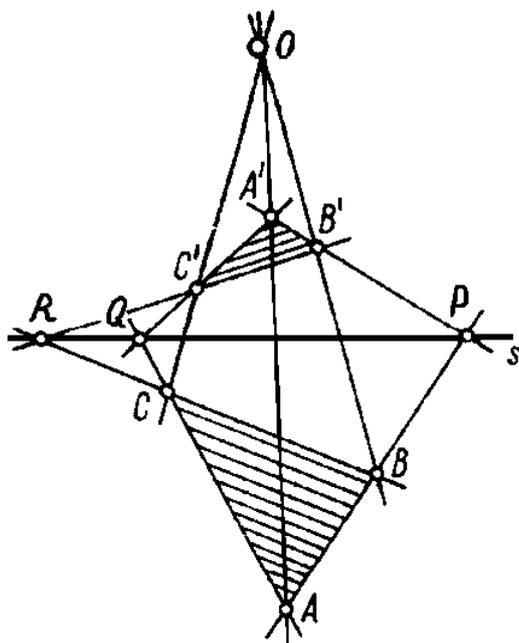


В нем Дезарг впервые рассматривает конические сечения как перспективу круга. Благодаря этому все учение о конических сечениях принимает чрезвычайно простую изящную форму, охватывая в одном методе все три вида кривых (эллипс, парабола и гипербола). Пользуясь перспективой как общим методом исследования, Дезарг пришел к необходимости рассматривать так называемые бесконечно удаленные элементы пространства. Он считал, что все параллельные прямые пересекаются в точке, которая является таким бесконечно удаленным элементом. Этим шагом Дезарг положил начало проективному представлению пространства (полное проективное пространство) и сделал



возможным изучение проективных преобразований. Наконец, третьим важнейшим результатом работы Дезарга является его исследование инволюционного соответствия точек прямолинейного ряда. Здесь и самый термин «инволюция» принадлежит Дезаргу и взят им из ботанического словаря. Прямую, на которой расположен ряд точек, он называет «древом», точку отсчета отрезков – «стволом», самые отрезки – «ветвями» и т.д. Дезарг рассматривал инволюционное расположение пар точек на прямой и ему принадлежит доказательство весьма общей теоремы о том, что пучок конических сечений, проходящих через четыре неподвижных центра в пересечении с прямой дает инволюцию. Наконец, необходимо упомянуть о теореме Дезарга относительно гомологических треугольников.

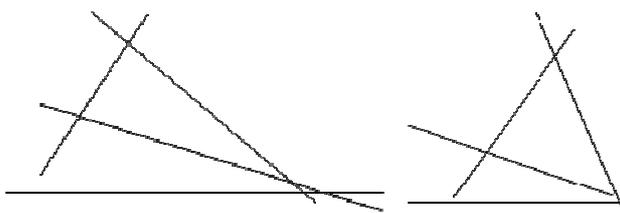
Фундаментальное значение этой теоремы для геометрии нельзя не заметить. Работы Дезарга заложили научные основы проективной геометрии, поэтому его следует по справедливости считать одним из основоположников дисциплины «Начертательная геометрия».



Теорема Дезарга: Если прямые проходящие через соответствующие вершины двух трехвершинников пересекаются в одной точке, то точки пересечения соответствующих сторон этих трехвершинников лежат на одной прямой. $AB \cap A'B' = P$, $AC \cap A'C' = Q$, $BC \cap B'C' = R$, $AA' \cap BB' \cap CC' = O$.

Если точки пересечения соответственных сторон двух трехвершинников лежат на одной прямой, то прямые, проходящие через соответственные вершины этих трехвершинников, проходят через одну точку.

Для примера рассмотрим использование теоремы Дезарга на евклидовой плоскости. В аксиоматическом построении проективной плоскости мы рассматриваем теорему Дезарга, как аксиому. Покажем, что она справедлива на евклидовой плоскости. Если две одинаковые конфигурации, составленные из точек и прямых, могут быть приведены в



соответствие так, что пары соответствующих точек соединяются прямыми,

пересекающимися в одной точке, то мы говорим, что эти двконфигурации перспективны относительно этой точке. Если соответствие таково, что пара соответствующих прямых пересекаются в точках лежащих на одной прямой, то говорим, что эти две конфигурации перспективны относительно этой прямой.

Таким образом, по результатам исследования был вскрыт ряд проблем, имеющих отношение к рассматриваемой теме, и сделаны выводы о необходимости дальнейшего изучения вопроса, а актуальность данной проблемы определила выбор темы работы «Жерар Дезарг. Теорема Дезарга и ее применение к решению задач по начертательной геометрии», круг вопросов и логическую схему ее построения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каган В.Ф., Очерки по геометрии, М.: Издательство Московского Университета, 1963. – 572 с.
2. Г. Монж Начертательная геометрия./ Комментарии и редакция
3. Д.И. Каргина.- М.: Изд-во АН СССР, 1974.-с.291.
4. Иванов Г.С. Теоретические основы начертательной геометрии. – М. Машиностроение, 1998. - 157с.
5. Вилейтнер Г., История математики от Декарта до середины 19 столетия, пер. с нем., 2-е изд., – М., 1966.