

МОДИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМА ОДНОМЕРНОГО БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ ПО АНАЛОГУ КУЛИ-ТЬЮКИ

Тутатчиков В.С., Кольцова И.В.

Институт космических и информационных технологий Сибирский федеральный университет

Дискретное преобразование Фурье имеет несколько важных приложений (например, в теории антенных решеток [1]) благодаря тому, что существуют эффективные алгоритмы его вычисления, например, алгоритм Кули-Тьюки для сигнала с числом отсчетов 2^s [2]. В данной статье построен аналог алгоритма Кули-Тьюки для сигнала с числом отсчетов $p \cdot 2^s$. Число операций в этом алгоритме значительно меньше, чем при непосредственном вычислении дискретного преобразования Фурье [2].

Ключевые слова: быстрое преобразование Фурье, алгоритм Кули-Тьюки

Описание алгоритма

Рассмотрим сигнал f , который является периодическим сигналом с периодом $p \cdot 2^s$. Отсчеты задаются как f_k , где $k = 0 : p \cdot 2^s - 1$, $p \in \mathbb{N}$.

Дискретное преобразование Фурье для данного сигнала f задается формулой:

$$F_l = \sum_{k=0}^{p \cdot 2^s - 1} f_k e^{\frac{2\pi i k l}{p \cdot 2^s}} \quad (1)$$

Разобьем сумму (1) на 2^s сумм на отрезках $[v \cdot p; (v+1) \cdot p - 1]$, $v = 0 : 2^s - 1$:

$$F_l = \sum_{k=0}^{p \cdot 2^s - 1} f_k e^{\frac{2\pi i k l}{p \cdot 2^s}} = \sum_{k_1=0}^{2^s - 1} \sum_{k_2=0}^{p-1} f_{pk_1+k_2} e^{\frac{2\pi i (pk_1+k_2) l}{p \cdot 2^s}} = \sum_{k_1=0}^{2^s - 1} \left(\sum_{k_2=0}^{p-1} f_{pk_1+k_2} e^{\frac{2\pi i k_2 l}{p \cdot 2^s}} \right) e^{\frac{2\pi i k_1 l}{2^s}} \quad (2)$$

Внешнюю сумму в (2) можно рассматривать как преобразование Фурье для сигнала с числом отсчетов 2^s , для подсчета которой можно использовать алгоритм Кули-Тьюки [1]. Внутренняя сумма в (2) представляет собой аналог дискретного преобразования Фурье для сигнала с числом отсчетов p . Тогда общее число операций в полученном алгоритме составит: $p^2 2^s s$ комплексных сложений и $\frac{1}{2} p^2 2^s s$ комплексных умножений. При непосредственном вычислении дискретного преобразования Фурье (1) потребуется $p^2 2^{2s}$ комплексных сложений и $p^2 2^{2s}$ комплексных умножений.

Данный алгоритм является модификацией алгоритма, предложенного в [3], где размер сигнала составлял 2^s .

Список литературы

- 1) Кашкин В.Б., Киселев О.И., Носков М.В., Тутатчиков В.С. // О конфигурациях узлов кубатурных формул в теории антенных решеток // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2012, №9/2. – С. 68-69.
- 2) Гонсалес Р., Вудс Р. // Цифровая обработка изображений // Москва, Техносфера, 2012. – 1104 с.
- 3) Киселев О.И., Кольцова И.В., Тутатчиков В.С. // Схема параллельного вычисления одномерного быстрого преобразования Фурье // Сборник трудов по материалам Международной научно-практической конференции «Наука и образование в XXI веке», Часть 30; М-во обр. и науки РФ. Тамбов: Изд-во ТРОО «Бизнес-Наука-Общество», 2013, стр. 140-141.