

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ ПОДАТЛИВОСТИ РАБОЧЕЙ ПОВЕХНОСТИ ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ.

Иванов В. А.

научный руководитель д-р физ.-мат. наук Еркаев Н. В.

Сибирский федеральный университет

При больших нагрузках в подшипниках скольжения необходимо учитывать деформации рабочих поверхностей, зависящие от распределения давления в смазочном слое. При этом расчет деформаций надо выполнять одновременно с расчетом давлений во всем смазочном слое. Для этого необходимо задавать уравнение связи между локальной деформацией и давлением, которое существенно усложняется при наличии вкладышей. Разработка методики реконструкции такого уравнения составляет цель данной работы.

Постановка задачи: Для иллюстрации методики рассмотрим подшипник скольжения, состоящий из стального цилиндра и тонкого бронзового вкладыша (рис. 1). Вал вращается с угловой скоростью ω , Φ – азимутальный угол, отсчитываемый в направлении вращения от плоскости минимального зазора, η – величина смещения вала. Так же на рисунке показаны габаритные размеры: R_0 – радиус вала, R_1 – внутренний радиус вкладыша, R_2 и R_3 – внутренний и внешний радиусы стальной оболочки, L – длина подшипника. Предполагаем, что стальная оболочка на внешней границе закреплена в бесконечно жестком корпусе, т.е. деформация стали на внешней границе равна нулю. Между поверхностями вала и вкладыша находится тонкий слой жидкой смазки, называемый смазочным слоем.

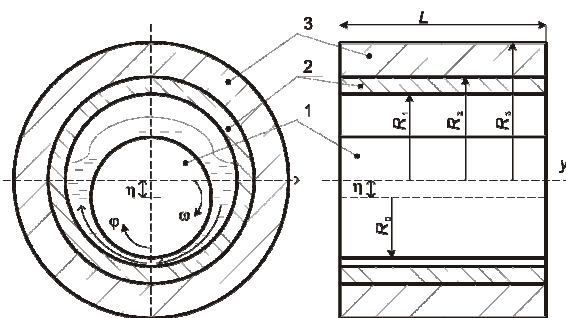


Рис. 1. Схема подшипника скольжения

1 – вал, 2 – бронзовый вкладыш, 3 – стальная оболочка

Для расчетов использовались следующие числовые параметры подшипника: $R_1 = 0,03$ м, $R_2 = 0,035$ м, $R_3 = 0,1$ м, $D = 0,00013$ м, $E_1 = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, $E_2 = 1,08 \cdot 10^{11}$ Па, $m_1 = 0,3$, $m_2 = 0,34$, $\mu = 0,024$ Па/с, $\omega = 314,16$ 1/с, где E_1 и E_2 модули упругости материала подшипника (сталь) и вкладыша (бронза), m_1 и m_2 – коэффициенты Пуассона, соответствующие материалам подшипника и вкладыша.

Распределение давления в смазочном слое подшипника скольжения конечной длины определяется известным уравнением Рейнольдса

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \frac{\partial h u}{\partial x} \quad (1)$$

где h – толщина смазочного слоя, μ – динамический коэффициент вязкости, u – полусумма скоростей границ, y – координата вдоль оси, x – криволинейная координата вдоль контура вала (в направлении скорости вращения), δ – величина, характеризующая радиальные упругие перемещения поверхности вкладыша и зависящая от давления в смазочном слое.

Уравнение (1) решаем численно методом установления по неявной схеме, применяя конечно-разностную аппроксимацию. Полученное в результате решения уравнения (1) распределение давления (рис.2) использовалось для расчета упругих деформаций стальной оболочки со вкладышем.

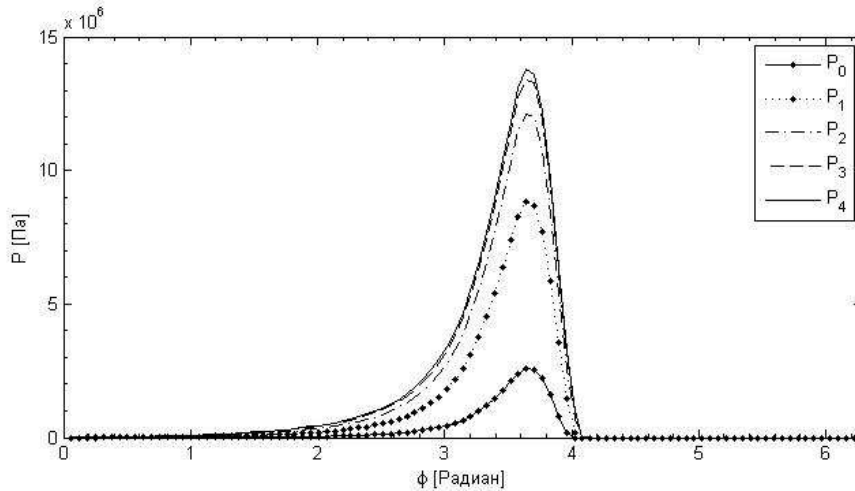


Рис. 2. – Распределение давления в подшипнике конечной длины
 P_4 – давление в 5 (центральном) сечении подшипника; P_3 – давление в 4 и 6 сечениях подшипника; P_2 – давление в 3 и 7 сечениях подшипника; P_1 – давление в 2 и 8 сечениях подшипника; P_0 – давления в 1 и 9 (краевых) сечениях подшипника

На втором этапе используем найденное распределение давления для определения прогиба рабочей поверхности подшипника конечной и бесконечной длины. Для этого применяем программный комплекс ANSYS, основанный на методе конечных элементов. Модель в ANSYS разбиваем на 9 сечений по длине, в которых будут рассматриваться значения прогибов вкладыша.

Для нахождения упругой деформации в подшипнике применяем следующее интегральное уравнение связи давления P и деформации δ :

$$\delta(\varphi) = \int_0^{2\pi} P(\varphi') K(\varphi - \varphi') d\varphi'; \quad (2)$$

где: δ – функция прогиба, P – функция распределения давления, K – функция податливости.

На третьем этапе определяем функцию прогиба на основе результатов расчета ANSYS и интегральной формулы (2). Искомую функцию податливости записываем в виде разложение Фурье

$$K(\varphi) = \sum_{n=0}^N [M_n \cos(n\varphi) + N_n \sin(n\varphi)], \quad (3)$$

Подставляем выражение (3) в уравнение (2), умножаем поочередно на $\sin(k\varphi)$ и $\cos(k\varphi)$ и интегрируем по углу от 0 до 2π . В результате получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов

$$M_k \int_0^{2\pi} P(\varphi') \sin(k\varphi') d\varphi' + N_k \int_0^{2\pi} P(\varphi') \cos(k\varphi') d\varphi' = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \delta \sin(k\varphi) \cdot d\varphi, \quad k \neq 0,$$

$$M_k \int_0^{2\pi} P(\varphi') \cos(k\varphi') d\varphi' - N_k \int_0^{2\pi} P(\varphi') \sin(k\varphi') d\varphi' = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \delta \cos(k\varphi) \cdot d\varphi, \quad k \neq 0. \quad (4)$$

$$M_0 \int_0^{2\pi} P(\varphi') d\varphi' = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \delta \cdot d\varphi.$$

Используя найденное ранее распределение давления в слое и рассчитанные по программе ANSYS деформации, определяем из решения системы (4) коэффициенты Фурье

$$M_k = \frac{1}{\pi} \frac{X_k C_k + Y_k D_k}{X_k^2 + Y_k^2}, \quad N_k = \frac{1}{\pi} \frac{Y_k C_k - X_k D_k}{X_k^2 + Y_k^2}, \quad k \neq 0, \quad M_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{D_0}{Y_0}; \quad (5)$$

где

$$Y_k = \int_0^{2\pi} P(\varphi) \cos(k\varphi) \cdot d\varphi, \quad X_k = \int_0^{2\pi} P(\varphi) \sin(k\varphi) \cdot d\varphi, \\ C_k = \int_0^{2\pi} \delta(\varphi) \sin(k\varphi) \cdot d\varphi, \quad D_k = \int_0^{2\pi} \delta(\varphi) \cos(k\varphi) \cdot d\varphi.$$

здесь функции $P(x)$ и $\delta(x)$ определяются сплайн интерполяцией сеточных значений P_i и δ_i .

Теперь рассмотрим, как ведут себя функции податливости различных сечениях кроме самых крайних и функция податливости двумерного подшипника, для этого восстановим их по предложенному методу изложенному выше (рис. 3).

Из рис. 3 видно, что функции податливости, построенные для различных сечений (за исключением самых крайних), очень близки друг другу. Это позволяет рассчитывать подшипник только с помощью одной центральной функции податливости. Так же можно сделать вывод, что функция податливости K_{2D} , построенная для двумерного подшипника, имеет существенно завышенные значения и не может применяться для расчета прогиба трехмерного подшипника. Это связано с тем, что функция K_{2D} не учитывает нелокальные связи по длине подшипника.

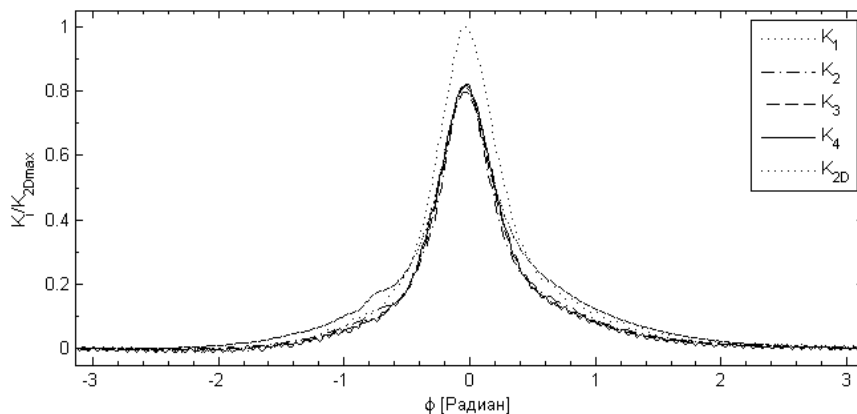


Рис. 3. – Функции податливости для двухмерного и трехмерного подшипника скольжения

K_4 – функции податливости в 5 (центральном) сечении подшипника; K_3 – функции податливости во 4 и 6 сечениях подшипника; K_2 – функции податливости во 3 и 7 сечениях подшипника; K_1 – функции податливости во 2 и 8 сечениях подшипника; K_{2D} – функции податливости для двумерного подшипника

Заключение. Предложен метод определения функции податливости для подшипника скольжения, основанный на совместных расчетах распределения давления в смазочном слое (по конечно-разностной схеме) и соответствующего прогиба поверхности с помощью программного пакета ANSYS. Выполненные расчеты показывают, что профили функции податливости, построенные для различных сечений подшипника, практически совпадают. Это позволяет ограничиться определением функции податливости лишь для центрального сечения подшипника, что существенно экономит вычисления. Важно отметить, что функция податливости зависит от конструкции подшипника, но не зависит от конкретного распределения давления в смазочном слое. Поэтому, одна и та же функция податливости может использоваться для самосогласованного расчета давлений и деформаций в подшипнике для различных нагрузок, в том числе и нестационарных.