

**АНАЛИЗ ВЕЛИЧИН СКОРОСТЕЙ СКОЛЬЖЕНИЯ ТОЧЕК КОНТАКТА
ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМОВ С ЗСТК С ДИАМЕТРАМИ РАЗНОЙ ВЕЛИЧИНЫ**

Миронов А. Г., Стасюк В. А.

научные руководители канд. техн. наук, доцент Мерко М. А.,

старший преподаватель Меснянкин М. В.

Сибирский федеральный университет

Кинематические параметры являются одной из составляющих группы параметров механизмов любого вида, оказывающих непосредственное влияние на работоспособность приводов технологического оборудования. Процесс модернизации и дальнейшего развития промышленного потенциала РФ выводит на первый план потребность формирования приводов технологического оборудования на базе механизмов, обладающих достаточно простой структурой, образованной минимально возможным числом подвижных звеньев и кинематических пар. Механизмам с перечисленными свойствами соответствуют механизмы с замкнутой системой тел качения (ЗСТК). Механизмы данного вида обладают структурой образованной совокупностью двух колец с дорожками качения, замкнутой системой тел качения с диаметрами равной или разной величины и сепаратором (водило). Наличие сепаратора в структуре механизмов с ЗСТК позволяет исключить контакт тел качения друг с другом, обеспечив между ними наличие зазора. Передача движения между звеньями в этом случае осуществляется посредством непосредственного контакта тел качения с дорожками качения обоих колец. Механизмы данного вида относятся к фрикционным эпициклическим механизмам, что указывает на наличие скольжения в зонах контакта их звеньев. Для обеспечения работоспособности механизмов с ЗСТК необходимо обеспечить достаточное по величине прижатие контактирующих поверхностей звеньев. Это не возможно без определения величин скоростей скольжения точек контакта тел качения с дорожками качения обоих колец, непосредственно оказывающих влияние на передаточное отношение и коэффициент полезного действия механизма.

Рассмотрим решение поставленной задачи на примере выявления величин скоростей скольжения точек контакта i -ого тела качения с дорожками качения обоих колец механизма с ЗСТК с диаметрами разной величины. Для этого составим расчетную модель (рис. 1) и примем следующие исходные условия и обозначения: наружное кольцо является ведущим звеном, сепаратор выступает в качестве выходного звена, внутреннее кольцо остановлено; $ДК_В$, $ДК_Н$ – дорожки качения внутреннего и наружного колец; $R_В$, $R_Н$, $O_В$ и $O_Н$ – радиусы и геометрические центры дорожек качения внутреннего и наружного колец; e – эксцентриситет; S – сепаратор (водило); c – зазор между телами качения; r_0 , r_1 , r_i и 0 , 1 , i – радиусы и геометрические центра максимального, первого и i -ого тел качения; $0_Н$, $1_Н$, $i_Н$ и $0_В$, $1_В$, $i_В$ – точки контакта i -ого тела качения с дорожками качения наружного и внутреннего колец; $X_В O_В Y_В$ – неподвижная система координат жестко связанная с внутренним кольцом; $X_Н O_Н Y_Н$, $X_i i_В Y_i$ и $X_{Вi} i Y_{Вi}$ – подвижные системы координат жестко связанные с наружным кольцом и i -ым телом качения; $\varphi_Н$ – угловая координата наружного кольца в неподвижной системе координат $X_В O_В Y_В$; φ_i и $\varphi_{Вi}$ – угловые координаты точки i -ого тела качения в подвижных системах координат $X_i i_В Y_i$; и $X_{Вi} i Y_{Вi}$.

Анализ расчетной модели механизма с ЗСТК при рассматриваемых условиях показывает, что двойная точка контакта i -ого тела качения с дорожкой качения наружного кольца образована совпадением точек $i_Н$ и $i_{Нi}$ расположенных на

поверхностях обоих контактирующих звеньев, которые в статическом состоянии механизма с замкнутой системой тел качения совпадают. При движении звеньев точки i_H и i_{Hi} будут перемещаться с разными линейными скоростями. В этом случае положение точки i_H , принадлежащей дорожке качения наружного кольца в подвижной системе координат $X_H O_B Y_H$, определяется при помощи радиус-вектора

$$\tilde{\rho}_0^{(i_H)} = A(\varphi_H) \cdot \tilde{\rho}_0^{(i)}, \quad (1)$$

где $A(\varphi_H)$ – матрица поворота дорожки качения наружного кольца с угловой координатой φ_H ; $\tilde{\rho}_0^{(i)}$ – радиус-вектор определяющий положение точки i_H принадлежащей дорожке качения наружного кольца в неподвижной системы координат $X_B O_B Y_B$.

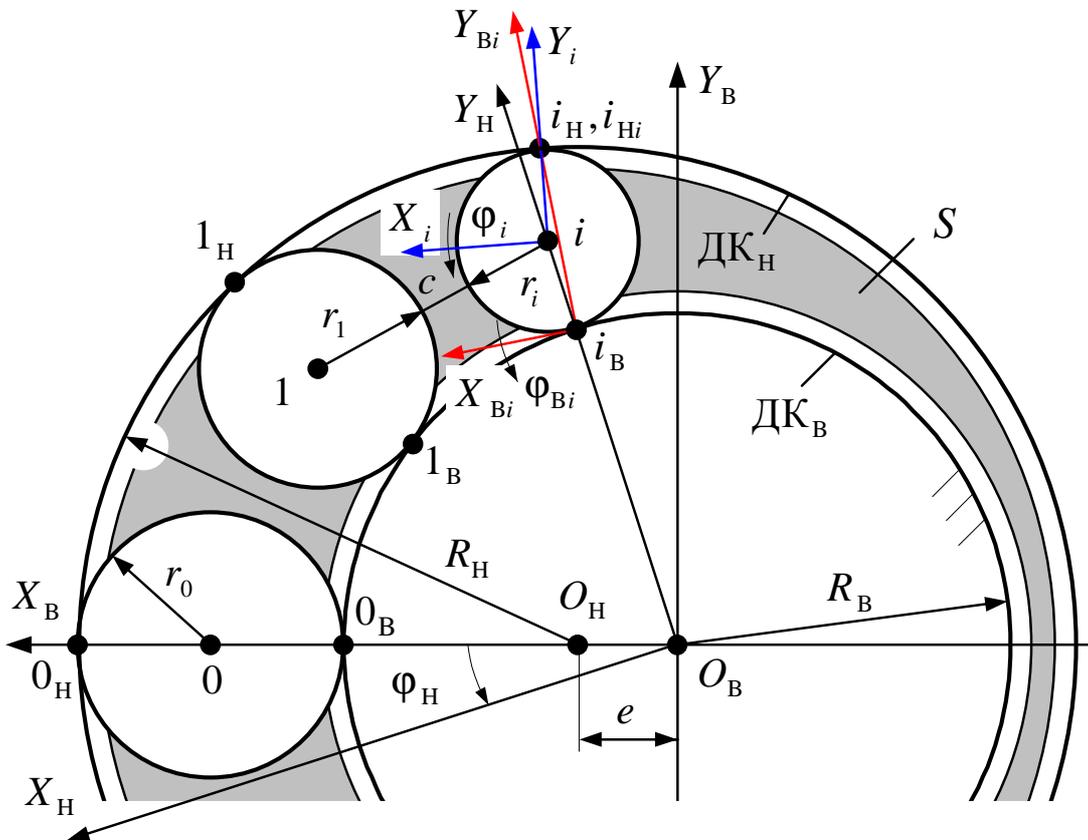


Рисунок 1 – Расчетная модель механизма с замкнутой системой тел качения с диаметрами разной величины и сепаратором

Представим составляющие формулы (1) в виде

$$\tilde{\rho}_0^{(i_H)} = \begin{pmatrix} x_{0H} \\ y_{0H} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$A(\varphi_H) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_H) & -\sin(\varphi_H) & 0 \\ \sin(\varphi_H) & \cos(\varphi_H) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\tilde{\rho}_0^{(i)} = A_1^{(i)} \cdot A_2^{(i)} \cdot \tilde{r}_i, \quad (4)$$

здесь x_{0H} , y_{0H} – координаты точки i_H принадлежащей дорожке качения наружного кольца в подвижной системе координат $Y_H O_B X_H$; $A_1^{(i)}$, $A_2^{(i)}$ – матрицы перехода координат дорожки качения наружного кольца в неподвижную систему координат $X_B O_B Y_B$; \tilde{r}_i – единичный вектор.

Абсолютное движение точки i_{Hi} принадлежащей i -ому телу качения разложим на два составляющих движения. Первым является относительное вращательное движение вокруг оси проходящей через его центр с угловой координатой φ_i . Вторым является вращательное движение центра i -ого тела качения вокруг оси проходящей через мгновенный центр скоростей (точки i_B) с угловой координатой φ_{Bi} . Тогда положение точки i_{Hi} принадлежащей i -ому телу качения в подвижной системе координат $X_H O_B Y_H$ определяется при помощи радиус-вектора

$$\tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})} = A(\varphi_i) \cdot A(\varphi_{Bi}) \cdot \tilde{\rho}_0^{(i)}, \quad (5)$$

где $A(\varphi_i)$ и $A(\varphi_{Bi})$ – матрицы поворота i -ого тела качения относительно точек i и i_B ; $\tilde{\rho}_0^{(i)}$ – радиус-вектор, определяемый по равенству (4).

Представим составляющие формулы (5) в виде

$$\tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})} = \begin{pmatrix} x_{0i_{Hi}} \\ x_{0i_{Hi}} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$A(\varphi_i) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_i) & -\sin(\varphi_i) & 0 \\ \sin(\varphi_i) & \cos(\varphi_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$A(\varphi_{Bi}) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{Bi}) & -\sin(\varphi_{Bi}) & 0 \\ \sin(\varphi_{Bi}) & \cos(\varphi_{Bi}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

здесь $x_{0i_{Hi}}$, $y_{0i_{Hi}}$ – координаты точки i_{Hi} принадлежащей i -ому телу качения в подвижной системе $Y_H O_B X_H$.

Подставив равенства (6)-(8) в выражение (5) и преобразовав, получим

$$\tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})} = A(\varphi_i + \varphi_{Bi}) \cdot \tilde{\rho}_0^{(i)}, \quad (9)$$

где

$$A(\varphi_i + \varphi_{Bi}) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & -\sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & 0 \\ \sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & \cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Абсолютное скольжение в зоне контакта i -ого тела качения с дорожкой качения наружного кольца определим как

$$\Delta \tilde{\rho}_0^{(i_H)} = \tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})} - \tilde{\rho}_0^{(i_H)}. \quad (11)$$

Подставив в формулу (11) равенства (1) и (9) и продифференцировав по времени с учетом (2)-(4), (6)-(8) и (10), получим скорость скольжения точки контакта

$$\frac{d(\Delta \tilde{\rho}_0^{(i_H)})}{dt} = \left[\frac{\partial \tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})}}{\partial \varphi_i} \dot{\varphi}_i + \frac{\partial \tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})}}{\partial \varphi_{Bi}} \dot{\varphi}_{Bi} - \frac{\partial \tilde{\rho}_0^{(i_H)}}{\partial \varphi_H} \dot{\varphi}_H \right] \cdot \tilde{\rho}_0^{(i)}, \quad (12)$$

здесь

$$\frac{d(\Delta\tilde{p}_0^{(i_H)})}{dt} = \begin{pmatrix} \Delta v_{xH} \\ \Delta v_{yH} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial\tilde{p}_0^{(i_H)}}{\partial\varphi_i} = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & -\cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & 0 \\ \cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & -\sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial\tilde{p}_0^{(i_H)}}{\partial\varphi_{Bi}} = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & -\cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & 0 \\ \cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & -\sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial\tilde{p}_0^{(i_H)}}{\partial\varphi_H} = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi_H) & -\cos(\varphi_H) & 0 \\ \cos(\varphi_H) & -\sin(\varphi_H) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Подставив в формулу (12) равенства (13)-(16) и преобразовав, будем иметь

$$\begin{pmatrix} \Delta v_{xH} \\ \Delta v_{yH} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{0H} \\ y_{0H} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot x_{0H} + a_{12} \cdot y_{0H} \\ a_{21} \cdot x_{0H} + a_{22} \cdot y_{0H} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Приведем равенство (17) к параметрическому виду

$$\begin{cases} \Delta v_{x2} = a_{11} \cdot x_{0H} + a_{12} \cdot y_{0H}, \\ \Delta v_{y2} = a_{21} \cdot x_{0H} + a_{22} \cdot y_{0H}, \end{cases} \quad (18)$$

где

$$a_{11} = \dot{\varphi}_H \sin(\varphi_H) - (\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_{Bi}) \sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}), \quad (19)$$

$$a_{12} = \dot{\varphi}_H \cos(\varphi_H) - (\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_{Bi}) \cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}), \quad (20)$$

$$a_{21} = -\dot{\varphi}_H \cos(\varphi_H) + (\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_{Bi}) \cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}), \quad (21)$$

$$a_{22} = \dot{\varphi}_H \sin(\varphi_H) - (\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_{Bi}) \sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}). \quad (22)$$

В результате решения системы (18) с учетом равенств (19)-(22) получим формулу для расчета скорости скольжения двойной точки контакта i -ого тела качения с дорожкой качения наружного кольца

$$v_{ск} = \sqrt{\Delta v_{xH}^2 + \Delta v_{yH}^2}. \quad (23)$$

Используя программный комплекс «Эксцентрик», выполняем расчет скоростей скольжения двойных точек контакта тел качения с дорожкой качения наружного кольца механизма с замкнутой системой тел качения с диаметрами разной величины для всех видов симметричных структурных схем. Примем, что $R_H = 100$ мм, $R_B = 50$ мм, $e = 6$ мм, $c = 6$ мм, угловая скорость наружного кольца $\omega_H = 50$ с⁻¹. По полученным результатам выполняем синтез диаграммы скоростей скольжения (рис. 2).

Анализ диаграммы (рис. 2) показывает, что рост значений радиусов тел качения приводит к снижению величины скоростей скольжения. Различия в видах кривых скоростей скольжения объясняются особенностями состава структуры каждого вида механизма с ЗСТК. Так вид кривой 1 соответствует наличию в структуре механизма на горизонтальной оси симметрии максимального и минимального тел качения. Особенность кривой 2 является следствием расположения на горизонтальной оси симметрии только максимального тела качения. Кривая скоростей скольжения 3

соответствует наличию в структуре механизма с ЗСТК на горизонтальной оси симметрии только минимального тела качения, а для кривой 4 характерно отсутствие на горизонтальной оси симметрии и максимального и минимального тел качения.

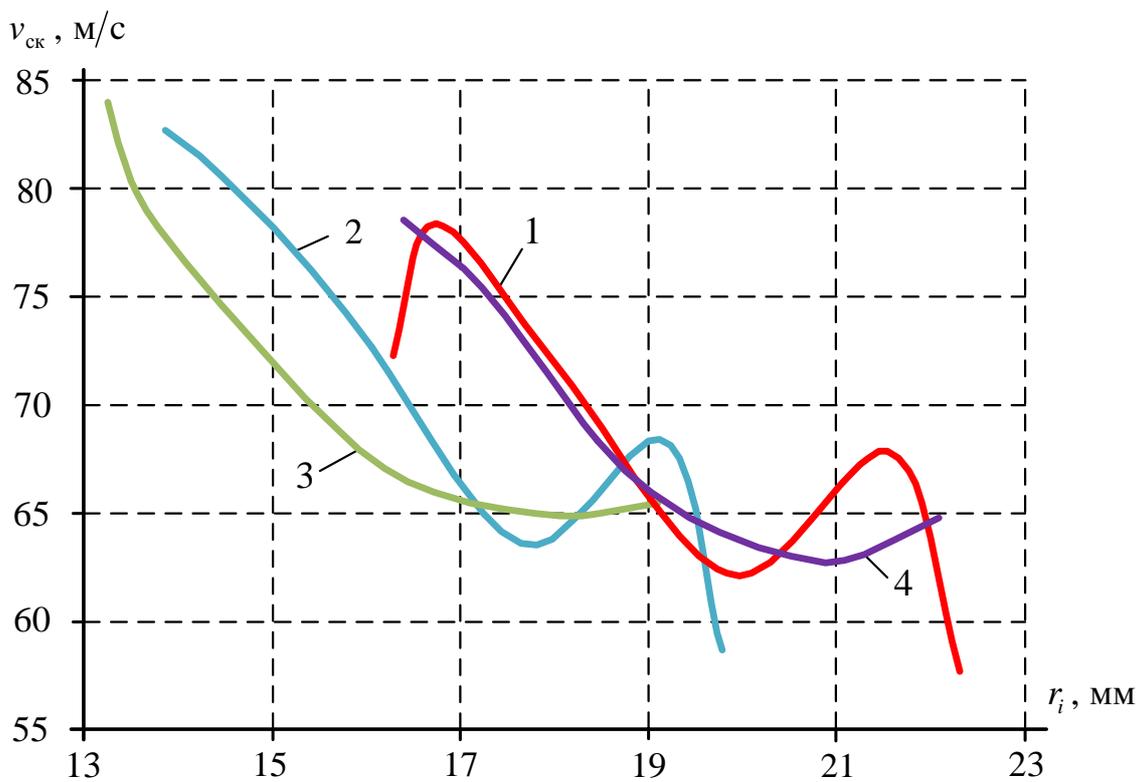


Рисунок 2 – Диаграмма скоростей скольжения механизма с ЗСТК с диаметрами разной величины и сепаратором

Сокращение числа тел качения вызывает рост величин скоростей скольжения двойных точек контакта тел качения с дорожкой качения наружного кольца для любого вида симметричной структурной схемы механизма с ЗСТК с диаметрами разной величины. При принятых условиях расчета минимально возможные значения скоростей скольжения имеют место для кривой 1 (рис. 2), что объясняется наличием больших величин радиусов тел качения при схожем их количестве в структуре механизма с замкнутой системой тел качения. Максимально возможные значения скоростей скольжения соответствуют кривой 3, что является следствием уменьшения величин радиусов тел качения при том же их числе. В тоже время при принятых условиях значения скоростей скольжения точек контакта звеньев механизма с ЗСТК лежат в интервале 57,7-84,05 м/с.

В результате получена формула для расчета величин скоростей скольжения точек контакта тел качения с дорожкой качения наружного кольца для любого вида симметричной структурной схемы механизма с замкнутой системой тел качения с диаметрами разной величины, а также установлен характер изменения и диапазон их возможных значений. Это позволяет обеспечить работоспособность приводов технологического оборудования разработанных на базе механизма с ЗСТК посредством правильного расчета значения нагружающей внешней силы, действующей на его ведущее звено, а также определить передаточное отношение и коэффициент полезного действия механизма.