

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ГРАНУЛИРОВАНИИ АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ

Ивлев А.В.,

научные руководители А. П. Скуратов и А.А. Пьяных
Сибирский Федеральный университет

Рассматривается численное моделирование теплофизических процессов при получении гранул алюминиевого сплава различного размера. Процесс приготовления гранул осуществляется следующим образом: из индукционной печи с расплавом алюминиевого сплава с помощью дозатора капля жидкого металла фиксированного размера падает в емкость с водой, где происходит ее кристаллизация и формирование гранулы необходимой структуры.

В настоящее время задача определения детального температурного поля кристаллизующейся капли в процессе ее свободного движения в охлаждающей среде практически не решалась. Известны лишь аналитические зависимости для определения времени кристаллизации, дающие весьма приближенную оценку усредненной по объему температуры частицы.

Отметим, что математическая задача определения температурного состояния капли кристаллизующегося сплава значительно усложняется нестационарным характером рассматриваемого процесса, а также турбулентным режимом движения жидкости, омывающей движущуюся каплю и наличием фазовых переходов.

Математическая модель представляет собой систему дифференциальных уравнений неразрывности, сохранения импульса и сохранения энергии (1)-(4). При учете турбулентности, мгновенные значения гидродинамических характеристик записываются как сумма статистических средних значений и пульсационных составляющих. Таким образом, скорости в уравнениях движения являются усредненными по Рейнольдсу:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla(\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla(\bar{\tau} - \rho \overline{v'v'}), \quad (2)$$

$$\bar{\tau} = \mu \cdot \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \nabla(\vec{v} \rho h) = \nabla(\lambda \nabla T) + S_h, \quad (4)$$

где ρ – плотность, кг/м³; \vec{v} – скорость, м/с; p – давление, Па; μ – коэффициент динамической вязкости, Па·с; \vec{v}' – пульсационная составляющая скорости, м/с; h – энтальпия Дж/кг; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); S_h – внутреннее тепловыделение, Вт/м³; $\bar{\tau}$ – тензор вязких напряжений, Па; δ_{ij} – символ Кронекера, $\delta_{ij} = 0$ ($i \neq j$), $\delta_{ii} = 1$.

Для моделирования турбулентности используется гипотеза Буссинеска, которая связывает напряжения Рейнольдса с осредненным градиентом скоростей. Данная методика используется в частности в $k - \epsilon$ модели турбулентности, которая используется для замыкания уравнений (5)-(6). Уравнения переноса для кинетической энергии турбулентности k , м²/с², и ее диссипации ϵ , м²/с³, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \nabla(\rho \vec{v} k) = \nabla \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \cdot \nabla k \right) + P - \rho \varepsilon, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \nabla(\rho \vec{v} \varepsilon) = \nabla \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} P - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (6)$$

где P – скорость генерации турбулентности, $\text{м}^2/\text{с}^3$, μ_t – турбулентная вязкость, Па·с. Эмпирические константы согласно стандартной форме k - ε модели имеют следующие значения: $\sigma_k = 1$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$, $C_1 = 1,44$, $C_2 = 1,92$.

Лучистый тепловой поток с поверхности гранулы определялся из закона Стефана-Больцмана:

$$Q = \varepsilon c_0 \left[\left(\frac{T_n}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{окр}}}{100} \right)^4 \right], \quad (7)$$

где ε – степень черноты; $c_0 = 5,6687 \cdot 10^{-8}$ – излучательная способность абсолютно черного тела, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$; T_n и $T_{\text{окр}}$ – температура наружной поверхности капли и окружающей среды соответственно, К.

В качестве альтернативы на границе расплав-вода можно задавать приближенное выражение для температуры:

$$T_c = T_0 + \frac{(T_m - T_0)K}{1 + K}, \quad (8)$$

где $K = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \sqrt{\frac{a_2}{a_1}}$; λ, ρ, c_p – коэффициент теплопроводности, плотности и теплоемкость;

индексы 1 и 2 относятся к расплаву и жидкости соответственно.

При решении системы уравнений использовались следующие приближения: капля имеет сферическую форму, массообмен между расплавом и водой отсутствуют. В модели учитывалось выделение и поглощение теплоты при фазовых переходах расплава из жидкого состояния в твердое и воды из конденсированного состояния в пар. Задача решалась в двумерной осесимметричной постановке численным методом контрольного объема с использованием коммерческой программы Star-CD.

Анализ результатов расчета показал, что требуемая структура сплава может быть достигнута при диаметре капли металлического расплава $4 \cdot 10^{-2} \dots 7 \cdot 10^{-2}$ м и времени ее охлаждения $1,0 \dots 1,1$ с (рис. 1).

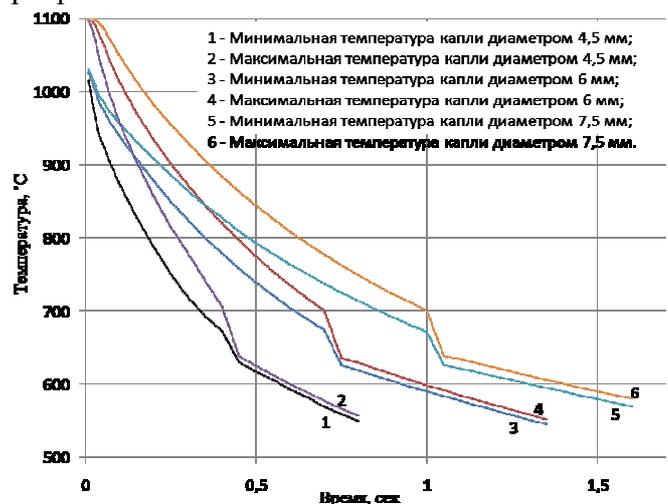


Рис.1. Зависимости максимальной и минимальной температуры в объеме капли от времени движения в водной среде