

МЕТОДЫ И МОДЕЛИ СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Мордвинов И. В.
научный руководитель д-р физ.-мат. наук **Добронец Б. С.**
Сибирский федеральный университет

Стохастическое программирование — это подход, позволяющий учитывать неопределённость в оптимизационных моделях.

В то время как детерминированные задачи оптимизации формулируются с использованием заданных параметров, реальные прикладные задачи обычно содержат некоторые неизвестные параметры. Когда параметры известны только в пределах определенных границ, один подход к решению таких проблем называется робастной оптимизацией. Этот подход состоит в том, чтобы найти решение, которое является допустимым для всех таких данных и в некотором смысле оптимально.

Модели стохастического программирования имеют подобный вид, но используют знание распределений вероятностей для данных или их оценок. Цель здесь состоит в том, чтобы найти некоторое решение, которое является допустимым для всех (или почти всех) возможных значений данных и максимизируют математическое ожидание некоторой функции решений и случайных переменных.

Наиболее широко применяются и хорошо изучены двухэтапные линейные модели стохастического программирования. Здесь лицо, принимающее решение, предпринимает некоторое действие на первом этапе, после которого происходит случайное событие, оказывающее влияние на результат решения первого этапа. На втором этапе может тогда быть принято корректирующее решение, которое компенсирует любые нежелательные эффекты в результате решения первого этапа.

Оптимальным решением такой модели является единственное решение первого этапа и множество корректирующих решений (решающих правил), определяющих, какое действие должно быть предпринято на втором этапе в ответ на каждый случайный результат.

Стохастическое программирование — раздел математического программирования, совокупность методов решения оптимизационных задач вероятностного характера. Это означает, что, либо параметры ограничений (условий) задачи, либо параметры целевой функции, либо и те и другие являются случайными величинами (содержат случайные компоненты).

В задачах прикладной математики можно различать детерминированные и стохастические задачи. В процессе решения последних развилась обширная в настоящее время математическая дисциплина — теория вероятностей.

Стохастическое оптимальное программирование является весьма важной и перспективной ветвью прикладной математики уже хотя бы потому, что «на практике принятие решений всегда происходит в условиях той или иной неопределенности».

В задаче линейного программирования:

$$\begin{aligned} \max(\min) L &= \sum_{j=1}^n c_j x_j, \\ \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i (i = 1, \dots, m), \\ d_j \leq x_j \leq D_j (j = 1, \dots, n). \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

заданы величины c_j , a_{ij} , b_i , D_j . Часто на практике величины c_j , a_{ij} , b_j , могут быть случайными. Так, если b_i — ресурс, то он зависит от ряда факторов. Аналогично, c_j — цены — будут зависеть от спроса и предложения, a_{ij} — расходные коэффициенты — от уровня техники и технологии. Задачи, в которых c_j , a_{ij} , b_i — случайные величины, относят к задачам стохастического программирования. Переход от чистых стратегий к смешанным расширяет область определения задачи. Вычисление оптимальной смешанной стратегии иногда называют определением решающего распределения стохастической задачи.

Задача стохастического программирования предусматривает стохастическую постановку и целевой функции, и ограничений. Стохастическая постановка целевой функции может быть двух видов: М-постановка и Р-постановка. При М-постановке случайная величина заменяется ее математическим ожиданием и задача сводится к оптимизации детерминированной целевой функции:

$$\max(\min)L = \sum_j \bar{c}_j x_j \quad (2)$$

где \bar{c}_j — математическое ожидание случайной величины c_j .

При Р-постановке целевая функция будет иметь вид:

- при минимизации целевой функции

$$\max L = P \left[\sum_j c_j x_j \geq r \right] \quad (3)$$

обозначает максимизацию вероятности того, что случайная величина $\sum_j c_j x_j$ будет не больше некоторого значения r ;

- при минимизации целевой функции

$$\max L = P \left[\sum_j c_j x_j \leq r \right] \quad (4)$$

обозначает максимизацию вероятности того, что случайная величина $\sum_j c_j x_j$ будет не меньше некоторого значения r ;

Список литературы

1. «Математические методы в программировании» : / Агальцов В.П., Волдайская И.В. Учебник: – М.: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2006. – 224с.: ил.
2. «Математические методы: Учебник» / Партика Т.Л., Попов И.И. – М: ФОРУМ: ИНФРА, 2005.
3. «Математическое программирование» / Костевич Л., издательство «Новое знание», 2003.