

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ SPEA И SPEA2 В ЗАДАЧАХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Брестер К. Ю.

научный руководитель д-р техн. наук Семенкин Е. С.  
*Сибирский государственный аэрокосмический университет  
им. М. Ф. Решетнева*

Эволюционные методы, а именно генетические алгоритмы (ГА), широко применимы для решения задач оптимизации, поскольку для их работы не требуется наличие информации о свойствах целевых функций. Метод SPEA и его модификация SPEA2 используются в задачах многокритериальной оптимизации (безусловной и условной).

В основе данных методов лежит идея Парето-доминирования: если целевые критерии максимизируются и  $f(a) > f(b)$  ( $f$  –  $k$ -мерный вектор оптимизируемых критериев,  $f_i(a) > f_i(b)$  для всех  $i=1..k$ ), то решение  $a$  доминирует решение  $b$ . Эффективная (недоминируемая) точка не может быть улучшена по совокупности всех целевых функций. Образ всех паретовских точек в критериальном пространстве называется фронтом Парето. Решение многокритериальной задачи целесообразно выбирать из множества Парето, эти точки не могут быть предпочтены друг другу.

Метод SPEA был предложен в 1998 г., а в 2001 г. была представлена его модификация, получившая название SPEA2.

Общая схема методов:

- 1) Инициализация начальной популяции.
- 2) Формирование промежуточного внешнего множества, а затем и внешнего множества недоминируемых точек (в случае избыточного числа последних запускается механизм кластеризации).
- 3) Применение к текущей популяции генетических операторов с целью получения нового поколения.
- 4) Формирование нового внешнего множества.
- 5) Проверка критерия останова (если выполняется, то следует закончить работу алгоритма, иначе – перейти к пункту 3).

Таким образом, результатом работы данных алгоритмов является множество решений-альтернатив.

Остановимся на различиях методов:

- в SPEA2 внешнее множество доукомплектовывается лучшими доминируемыми индивидами из текущей популяции, если мощность внешнего множества меньше допустимого значения;
- селекция SPEA обладает возможностью отбора индивидов как из текущей популяции, так и из внешнего множества, тогда как в SPEA2 индивиды выбираются исключительно из внешнего множества;
- кластеризация SPEA2 обеспечивает более репрезентативное распределение недоминируемых решений по сравнению с кластеризацией SPEA;
- назначение пригодности в SPEA2 направлено на поддержание разнообразия в популяции.

В среде Builder 6 на языке C++ была реализована программная система, реализующая ГА для решения задач многокритериальной оптимизации методом SPEA и SPEA2. Для проверки эффективности алгоритма использовались тестовые задачи (условной и безусловной оптимизации).

Сравнительный анализ полученных результатов проводился на основе значений введенных характеристик:

- 1) среднее расстояние до множества Парето или процент паретовских точек;
- 2) разброс точек в пространстве решений;
- 3) разброс точек в пространстве критериев.

Чем меньше среднее расстояние до множества Парето, тем эффективнее работа алгоритма. Чем выше показатель «процент паретовских точек», тем предпочтительнее алгоритм. Из двух алгоритмов лучше тот, у которого показатели, характеризующие разброс, выше.

Тестирование проводилось для различных комбинаций типов операторов. Выделенные ресурсы включали в себя 100 поколений и 100 индивидов. Мощность внешнего множества задавалась равной 25. Показатели усреднялись по 30 прогонам.

Приведем результаты работы ГА для одной из задач:

$$f_1(x, y) = (x - 6)^2 + (y - 4)^2 \rightarrow \min$$

$$f_2(x, y) = (x + 2)^2 + (y - 5)^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} g_1(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 4)^2 \leq 4 \\ g_2(x, y) = (x - 3)^2 + (y - 4)^2 \leq 6.25 \end{cases}$$

Метод	Среднее расстояние до множества Парето	Разброс точек в пр-ве решений	Разброс точек в пр-ве критериев
SPEA	0,1059	0,1917	0,2071
SPEA2	0,0884	0,2371	0,2181

В таблицу занесены наилучшие результаты, полученные при различных комбинациях типов генетических операторов. Так, для метода SPEA минимальное среднее расстояние обеспечивает одноточечное скрещивание и сильная мутация, наибольший разброс точек в пространстве решений – двухточечное скрещивание и слабая мутация, а наибольший разброс в пространстве критериев – равномерное скрещивание и средняя мутация. В зависимости от того, какой из показателей предпочтительнее, и выбираются соответствующие генетические операторы.

В методе SPEA2 для данного примера минимальное среднее расстояние было получено при пропорциональной селекции, равномерном скрещивании и слабой мутации, наибольший разброс точек в пространстве решений – при ранговой селекции, одноточечном скрещивании и слабой мутации, а наибольший разброс в пространстве критериев – при турнирной селекции, равномерном скрещивании и средней мутации.

Следовательно, для данного примера (и не только) отсутствует комбинация настроек наилучшая по совокупности всех показателей.

Вышеприведенные данные иллюстрируют тот факт, что результирующее множество, полученное с помощью метода SPEA2, имеет более репрезентативное распределение точек как в пространстве решений, так и в пространстве критериев.

Анализ полученных результатов показал, что и для других задач наиболее репрезентативное распределение точек было получено с использованием метода SPEA2. В то время как наименьшее среднее расстояние до множества Парето или наибольший процент паретовских точек может иметь результат работы метода SPEA.