УДК 681.5.015.42

ПРОГРАММНЫЙ АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Кирильчик А. В.

Научный руководитель — д.т.н, проф., Рубан А. И.

Сибирский федеральный университет

Предложен алгоритм подбора структур параметрических моделей динамических объектов. Приведен пример подбора структуры модели на тестовом примере.

Постановка задачи

Имеется динамический объект с набором входов$u(t)$ и выходом$x(t)$, заданный разностным уравнением

$$x(t+1) = f(x(t), \alpha, t), t = \overline{1, n}, x(0) = x_0(\alpha)$$

а модель измерительного устройства

$$y(t) = y(x(t), \alpha, t) + \xi(t),$$

где$\xi(t)$ – аддитивная центрированная нормально распределенная помеха.

Необходимо на основе имеющихся синхронных измерений времени и выхода объекта

$$\{t, y(t)\}, t = \overline{1, n}$$

построить наиболее оптимальную по структуре статическую параметрическую модельвида

$$\hat{y}(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{m} a_i \phi_i(t)$$

Для оценки качества генерируемых в ходе работы алгоритма параметрических моделей используется непараметрическая модель объекта:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^{n} K_n\left(\frac{t-i}{h}\right) y_i, K_n\left(\frac{t-i}{h}\right) = \left(\frac{K\left(\frac{t-i}{h}\right)}{\sum_{j=1}^{n} K\left(\frac{t-j}{h}\right)}\right)$$

гдеK – симметричное относительно нуля усеченное ядро, h - коэффициент размытости. Оптимальная величинаh подбирается минимизацией показателя качества (путем разделения выборки на две части — обучающую и экзаменующую, по обучающей строится непараметрическая оценка, по экзаменующей – показатель качества, либо методом скользящего экзамена).

Описание алгоритма

Подбираемая в процессе работы алгоритма параметрическая модель строится в виде линейной (относительно параметров модели) комбинации известных базисных функций$\phi_i(t)$.

Для оценки качества генерируемой параметрической модели используется коэффициент близости параметрической модели и непараметрической модели:

$$\lambda_{\eta \to \hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{y}(i,a) - \hat{m}_{\hat{y}}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(\eta_n(i) - \hat{m}_{\hat{y}}\right)^2}},$$

$$\hat{m}_{\hat{y}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\hat{y}(i,a).$$

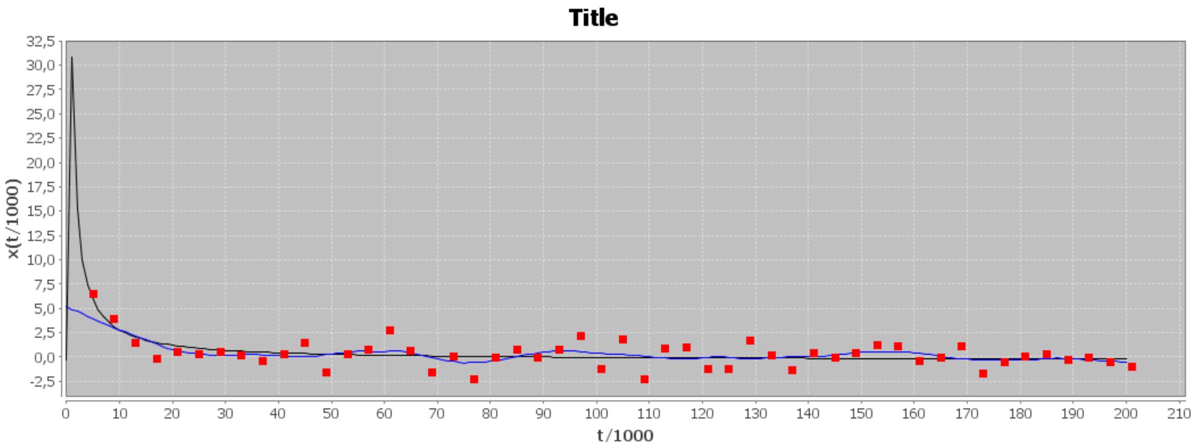
Основная идея подбора структуры параметрической модели состоит в следующем: имеется заранее заданный набор базисных функций$\phi_i(t), t = \overline{1,m}$, участвующих в построении модели.На первом шаге алгоритма находится наиболее близкая к непараметрической модели параметрическая модель вида $\hat{y}(t) = a_0 + a_1\phi_1(t)$, на следующем шаге к полученной на предыдущем шаге модели добавляется еще одна базисная функция$\hat{y}(t) = a_0 + a_1\phi_1(t) + a_2\phi_2(t)$, где $\phi_1(t)$найдена на предыдущем шаге алгоритма, а $\phi_2(t)$подбирается из оставшихся базисных функций. При этом на каждом шаге алгоритма осуществляется подстройка параметров модели a.Добавление в модель новых базисных функций происходит до тех пор, пока не выполнится одно из следующих условий:

- показатель близости между параметрической и непараметрической моделями перестанет увеличиваться;
- показатель близости между параметрической и непараметрической моделями приблизится к 1 (с заранее заданной точностью);
- параметрическая модель будет включать в себя все базисные функции.

Таким образом можно подобрать структуру модели, которая будет наиболее оптимально описывать объект при данном уровне стохастичности.

Пример

Для примера рассмотрим подбор структуры параметрической модели для объекта$x(t+1) = 0.9x(t)$ с аддитивной, нормально распределенной помехой с нулевым математическим ожиданием и дисперсией равной 1. Для подбора структуры модели будут использованы следующие базисные функции: $\phi_1(t) = t$, $\phi_2(t) = t^2$, $\phi_3(t) = t^3$, $\phi_4(t) = \sin(t)$, $\phi_5(t) = \cos(t)$, $\phi_6(t) = \frac{1}{t}$. В результате работы алгоритма получилась следующая модель: $\hat{y}(t) = -0.35 + 0.03\frac{1}{t}$.На рисунке ниже предоставлены графики параметрической модели, непараметрической модели, и точки выборки, по которым строилась модель.



Title
x(t/1000)
t/1000
32,5
30,0
27,5
25,0
22,5
20,0
17,5
15,0
12,5
10,0
7,5
5,0
2,5
0,0
-2,5
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180
190
200
210