УДК 735.29

РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ДВУМЕРНОГО БПФ И СРАВНЕНИЕ ИХ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ В MATHCAD

Липатов В.И.

Научный руководитель – Тутатчиков В.С.

Сибирский федеральный университет

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) имеет несколько важных приложений благодаря тому, что существуют эффективные алгоритмы его вычисления, например, ДПФ можно использовать для спектрального анализа многомерных сигналов.

В работе рассмотрены алгоритмы вычисления ДПФ, значительно отличающиеся по своей вычислительной сложности: вычисление двумерного ДПФ методом разбиения на столбцы и строки, вычисляемые при помощи быстрого преобразования Фурье (БПФ), а также двумерное БПФ по аналогу с алгоритмом Кули-Тьюки.

Рассмотрим сигнал f, который является двумерным периодическим сигналом с периодом 2^s по первой и по второй координате. Отсчёты задаются, как $f_{k,t}$, где $k = 0{:}\,2^s, t = 0{:}\,2^s$.

Дискретное преобразование Фурье для данного сигнала f задаётся формулой

$$F_{l,m} = \sum_{k=0}^{2^s-1} \sum_{t=0}^{2^s-1} f_{k,t} e^{\frac{2\pi ilk}{2^s}} e^{\frac{2\pi imt}{2^s}}.$$

Двумерное ДПФ Фурье можно вычислить при помощи одномерных ДПФ. Для этого вычисляют F в следующем виде (БПФ по строкам и столбцам):

$$F_{l,m} = \sum_{k=0}^{2^s-1} \left[\sum_{t=0}^{2^s-1} f_{k,t} e^{\frac{2\pi imt}{2^s}} \right] e^{\frac{2\pi ilk}{2^s}}.$$

Сигнал f можно прореживать сразу по двум отсчетам. В этом заключается идея алгоритма БПФ по аналогу с алгоритмом Кули-Тьюки. Преобразуем данную формулу:

$$\begin{aligned} F_{l,m} = {} & \sum_{k=0}^{2^s-1} \sum_{t=0}^{2^s-1} f_{k,t} e^{\frac{2\pi i(lk+mt)}{2^s}} \\ & = \sum_{k_1=0}^{2^{s-1}-1} \sum_{t_1=0}^{2^{s-1}-1} f_{2k_1,2t_1} e^{\frac{2\pi i(lk_1+mt_1)}{2^{s-1}}} \\ & + \sum_{k_1=0}^{2^{s-1}-1} \sum_{t_1=0}^{2^{s-1}-1} f_{2k_1,2t_1+1} e^{\frac{2\pi i(lk_1+mt_1)}{2^{s-1}}} e^{\frac{\pi im}{2^{s-1}}} \\ & + \sum_{k_1=0}^{2^{s-1}-1} \sum_{t_1=0}^{2^{s-1}-1} f_{2k_1+1,2t_1} e^{\frac{2\pi i(lk_1+mt_1)}{2^{s-1}}} e^{\frac{\pi il}{2^{s-1}}} \\ & + \sum_{k_1=0}^{2^{s-1}-1} \sum_{t_1=0}^{2^{s-1}-1} f_{2k_1+1,2t_1+1} e^{\frac{2\pi i(lk_1+mt_1)}{2^{s-1}}} e^{\frac{\pi il}{2^{s-1}}} e^{\frac{\pi im}{2^{s-1}}} \end{aligned}$$

Для тестирования алгоритма была написана программа в системе компьютерной алгебры Mathcad.

Тестирование проводилось на персональном компьютере с характеристиками:

- Процессор: Intel Core 2 CPU 6600 2.40 GHz;
- Оперативная память: 4 Гб;
- Операционная система: Windows 7.

Время работы двумерного БПФ в секундах:

Высота	Ширина	БПФ по строчкам и столбцам	БПФ по аналогу Кули-Тьюки	Ускорение Кули-Тьюки
128	128	0,196	0,138	1,42
256	256	0,798	0,537	1,49
512	512	3,489	2,501	1,4
1024	1024	15,4	11,76	1,31

Вывод: в целом, модифицированный алгоритм по аналогу алгоритма Кули-Тьюки даёт выигрыш в скорости около 40%, однако, на данный момент полученные реализации медленнее встроенных решений Mathcad.

Рис.1

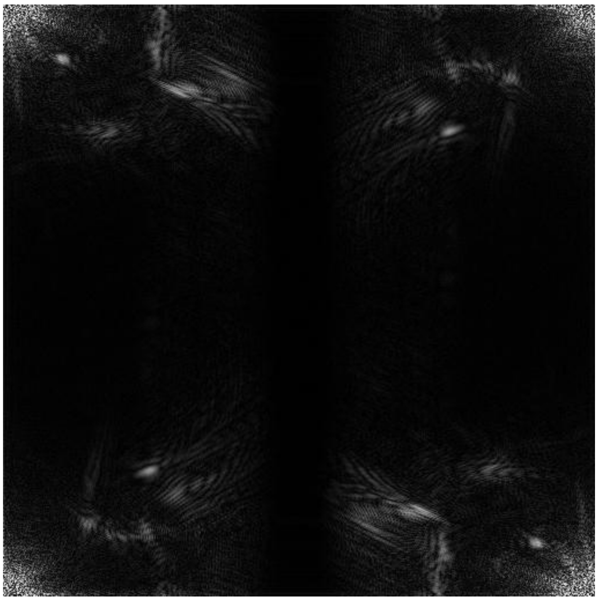

Рис.2

На рис.2 представлен спектр изображения с рис.1, полученный в результате применения к нему БПФ.